

Material para a preparación de probas a distancia

Grao	Medio
Proba	Científico-tecnolóxica ou Sociocultural
Parte da proba	Ex. Matemáticas
Unidade didáctica	2. Expresións alxébricas
Actividade	1. Expresións alxébricas
Autores	Grupo de traballo de desenvolvemento de material para a preparación das probas de acceso
Nome do arquivo	UD2_A01_expresións_alxébricas.RTF

Índice

1.	Ficha técnica.....	3
1.1	Expresións alxébricas	3
1.2	Obxectivos	3
1.3	Contidos.....	3
1.4	Aspectos metodolóxicos.....	3
1.5	Descrición do que se vai aprender	3
2.	Descrición da actividade	4
1.6	Introdución	4
1.7	Tarefas.....	9
1.7.1	Tarefa 1: Expresar en linguaxe alxébrica certos enunciados.....	9
	Exercicio 1 (distancia)	9
	Autoavaliación	9
1.7.2	Tarefa 2: Calcular o valor numérico de expresións alxébricas.....	10
	Exercicio 1 (distancia)	10
	Autoavaliación	10
1.7.3	Tarefa 3: Efectuar sumas e restas de monomios.....	10
	Exercicio 1 (distancia)	10
	Autoavaliación	11
1.7.4	Tarefa 4: Efectuar produtos de monomios	11
	Exercicio 1 (distancia)	11
	Autoavaliación	12
1.7.5	Tarefa 5: Efectuar cocientes de monomios	13
	Exercicio 1 (distancia)	13
	Autoavaliación	13
1.7.6	Tarefa 6: Efectuar potencias con monomios	13
	Exercicio 1 (distancia)	13
	Autoavaliación	14
1.7.7	Tarefa 7: Efectuar sumas e restas de polinomios	15
	Exercicio 1 (distancia)	15
	Autoavaliación	15
1.7.8	Tarefa 8: Efectuar produtos de polinomios.....	15
	Exercicio 1 (distancia)	15
	Autoavaliación	15
1.7.9	Tarefa 9: Efectuar cocientes de polinomios entre monomios.....	16
	Exercicio 1 (distancia)	16
	Autoavaliación	16

1. Ficha técnica

1.1 Expresións alxébricas

- Uso e interpretación das expresións alxébricas.
- Operacións con expresións alxébricas.

1.2 Obxectivos

- Comprender e producir mensaxes orais e escritas utilizando os termos matemáticos con precisión.
- Interpretar relacións funcionais por medio dunha expresión alxébrica sinxela.

1.3 Contidos

- Uso de letras para representar números fixos e variables.
- Utilización de letras en fórmulas para sintetizar métodos de cálculo.
- Utilización de expresións alxébricas para expresar enunciados.
- Valor numérico dunha expresión alxébrica.
- Operacións con monomios: suma, resta, produto e cociente.
- Operacións con polinomios: suma, resta, multiplicación de polinomios e división dun polinomio entre un monomio.

1.4 Aspectos metodolóxicos

- Temporalización:

1.5 Descrición do que se vai aprender

Nesta unidade aprenderase a utilizar letras substituindo un número fixo ou calquera número, obtendo así expresións formadas por números e letras. Aprenderase tamén a escribir un enunciado en clave de números e letras e, por último, a facer operacións con expresións que conteñan letras.

2. Descrición da actividade

1.6 Introducción

Imos definir o que é unha expresión alxébrica, para o que consideraremos o seguinte exemplo.

Normalmente, para expresarmos cantidades utilizamos os números; así, por exemplo, dicimos: Hadrián ten unha bolsa con 35 bólas e o seu irmán menor, David, ten outra bolsa con 23 bólas.

Tamén utilizamos diferentes signos para expresar relacións entre estas cantidades: na bolsa de Hadrián hai 12 bólas máis que na de David, é dicir, $35 = 23 + 12$.

Pero, como expresariamos a anterior relación se descoñecemos a cantidade de bólas que ten David na súa bolsa?

Representamos mediante unha letra, por exemplo o a , a cantidade de bolas que ten David na súa bolsa, e así temos que:

Número de bolas na bolsa de David: a .

Número de bolas na urna de Hadrián: $a + 12$.

Observamos que utilizamos números, signos e letras. Este xeito de expresar a información chámase alxébrica.

Expresión alxébrica: é unha serie de números e letras unidos mediante os signos de adición, subtracción, multiplicación, división, potenciación e radicación.

Exemplos de expresións alxébricas son os seguintes:

$$5a^3 - 6ab^2, 3x^3y - 5x^2y + 3x^2 - 1,$$

$$x^2 + 3x - 5x^3 + 3x^2 - 7x$$



Para ter exemplos de expresión da información en linguaxe alxébrica pódese consultar a tarefa 1.

Deseguido imos ver os distintos valores que pode tomar unha expresión alxébrica segundo o valor que lle deamos a cada unha das letras que aparecen nela, para o que, primeiramente, definiremos o concepto de valor numérico.

Valor numérico dunha expresión alxébrica: é o número que resulta ao substituír as letras que aparecen nela por números concretos e realizar as operacións indicadas. Velaquí un exemplo:

Calcúlese o valor numérico da expresión alxébrica $5a^3 - 6ab^2$ para $a = 2$ e $b = 3$.

Solución: substituíndo na expresión $5a^3 - 6ab^2$ a letra a por 2 e a letra b por 3, temos que

$$5 \cdot 2^3 - 6 \cdot 2 \cdot 3^2 = 5 \cdot 8 - 6 \cdot 2 \cdot 9 = 40 - 108 = -68$$

En consecuencia, o valor numérico é -68.



Máis exemplos de cálculos de valor numérico témolos na tarefa 2.

Imos agora estudar as expresións que só teñen un termo cunha ou máis letras, para o que definimos o concepto de monomio.

Monomio enteiro: é unha expresión alxébrica na que as únicas operacións con letras que interveñen son a multiplicación e a potenciación de expoñente natural.

Son monomios enteiros: $5x^4$; $-9abx$; $3x^2y^3$; $-\frac{5}{6}yz^2t^5$

Non son monomios enteiros:

$2ax^{-3}$ xa que o expoñente non é un número natural.

$5t\sqrt{a}$ xa que hai unha operación que é unha radicación.

$12x+5$ xa que hai unha operación que é unha suma.

Nos monomios temos que distinguir dúas partes: unha numérica, que se chama coeficiente, e outra formada polas letras e os seus expoñentes, que se chama parte literal. Por exemplo, no monomio $-3ax^2y^3$ o coeficiente é -3 e a parte literal é ax^2y^3 .

Chámase grao dun monomio a suma dos expoñentes das letras que contén a parte literal; así, o monomio $-3ax^2y^3$ ten grao $1 + 2 + 3 = 6$.

Dise que dous monomios son semellantes cando teñen igual parte literal; é dicir, os monomios $-\frac{3}{5}xy^2z^3$ e $5xy^2z^3$ son semellantes.

Imos agora efectuar operacións con monomios, suma, resta, multiplicación, división e potenciación de monomios.

Suma de monomios: só se poden sumar monomios semellantes. Para sumar monomios semellantes súmanse os coeficientes e déixase a mesma parte literal.

$$3x^2 + 7x^2 = 10x^2$$

$$\frac{10}{3}xy^2 + 7xy^2 = \left(\frac{10}{3} + 7\right)xy^2 = \left(\frac{10}{3} + \frac{21}{3}\right)xy^2 = \frac{31}{3}xy^2$$

Resta de monomios: só se poden restar monomios semellantes. Para restar monomios semellantes réstanse os coeficientes e déixase a mesma parte literal.

$$3x^2 - 7x^2 = -4x^2$$

$$\frac{10}{3}xy^2 - 7xy^2 = \left(\frac{10}{3} - 7\right)xy^2 = \left(\frac{10}{3} - \frac{21}{3}\right)xy^2 = -\frac{11}{3}xy^2$$


 Máis exemplos de sumas e restas de monomios témolos na tarefa 3.

Multiplicación de monomios: para multiplicar monomios multiplícanse os coeficientes e multiplícanse as partes literais (para multiplicar potencias da mesma base déixase a mesma base e súmanse os expoñentes).

$$(3x^2) \cdot (7x^3) = 21x^5$$


$$\left(\frac{10}{3}xy^2\right) \cdot (7x^3y^4) = \frac{70}{3}x^{1+3}y^{2+4} = \frac{70}{3}x^4y^6$$

$$(3xy^2z^3t^4) \cdot (-3yz^2) = -9x^{1+0}y^{2+1}z^{3+2}t^{4+0} = -9xy^3z^5t^4$$

 Outros exemplos de produto de monomios témolos na tarefa 4.


División de monomios: para dividir monomios divídense os coeficientes e divídense as partes literais (para dividir potencias da mesma base déixase a mesma base e réstanse os expoñentes).

$$\frac{8x^3y^4z^2}{-2x^2y^2z^2} = \frac{8}{-2} \cdot \frac{x^3}{x^2} \cdot \frac{y^4}{y^2} \cdot \frac{z^2}{z^2} = -4x^{3-2}y^{4-2}z^{2-2} = -4x^1y^2z^0 = -4xy^2$$

 Outros exemplos de cocientes de monomios tédelos na Tarefa 5.

Potencia dun monomio: para elevar a una potencia un monomio elévase a dita potencia o coeficiente e a parte literal (para elevar unha potencia a outra déixase a mesma base e multiplícanse os expoñentes).

$$(-2xy^2z^3t^5)^3 = (-2)^3x^3(y^2)^3(z^3)^3(t^5)^3 = -8x^3y^6z^9t^{15}$$

 Outros exemplos de potencias de monomios témolos na tarefa 6.

Agora estudaremos as expresións alxébricas que son sumas e restas de monomios, expresións que reciben o nome de polinomios e que definimos deseguido.

Polinomio enteiro: un polinomio enteiro é a suma ou a diferenza de dous ou máis monomios enteiros. Un polinomio pode ter unha ou máis variables.

$$5 + 2x^2 + \frac{1}{3}x^3 - x^5 \text{ é un polinomio enteiro dunha variable (x).}$$

$$3x^3y - 5x^2y + 3x^2 - 1 \text{ é un polinomio enteiro en dúas variables (x e y).}$$

Cada un dos monomios que compoñen un polinomio chámase termo do polinomio.

Se o polinomio ten dous termos chámase binomio; se ten tres, trinomio; se ten catro, cuadrinomio, e así sucesivamente.

O termo de grao cero dun polinomio, de existir, será un número e chamarase termo independente: no polinomio $5 + 2x^2 + \frac{1}{3}x^3 - x^5$ é 5, e no polinomio $3x^3y - 5x^2y + 3x^2 - 1$ é -1.

Dise que un polinomio que está ordenado respecto de unha variable cando os graos dos termos van crecendo ou decrecendo respecto desa variable. Xa que logo, o polinomio $5 + 2x^2 + \frac{1}{3}x^3 - x^5$ está ordenado en grao crecente e o polinomio $-x^5 + \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 5$ está ordenado en grao decrecente.

Dous polinomios son iguais cando os termos que os forman son iguais. Xa que logo, o polinomio $ax^3 + bx^2 + cx + d$ é igual ao polinomio $-3x^3 + \frac{1}{3}x - 5$ cando $a = -3$, $b = 0$, $c = \frac{1}{3}$ e $d = -5$.

Imos agora efectuar operacións con polinomios: suma, resta e multiplicación de polinomios. Tamén estudaremos a división dun polinomio entre un monomio. Para operar con polinomios é aconsellable ordenalos en forma decrecente respecto dunha variable.

Suma de polinomios: a suma de dous polinomios é outro polinomio que se obtén sumando todos os termos de ambos os polinomios e reducindo os termos semellantes.

$$(3x^3 - 8x^2 + 6x - 3) + (5x^4 - 7x^3 - 5x^2 + x - 7) = 3x^3 - 8x^2 + 6x - 3 + 5x^4 - 7x^3 - 5x^2 + x - 7 = 5x^4 + (3x^3 - 7x^3) + (-8x^2 - 5x^2) + (6x + x) + (-3 - 7) = 5x^4 - 4x^3 - 13x^2 + 7x - 10$$

Tamén se pode escribir a suma do seguinte xeito:

$$\begin{array}{r} 3x^3 - 8x^2 + 6x - 3 \\ 5x^4 - 7x^3 - 5x^2 + x - 7 \\ \hline 5x^4 - 4x^3 - 13x^2 + 7x - 10 \end{array}$$

Resta de polinomios: restar dous polinomios consiste en sumarlle ao primeiro o oposto do segundo. O oposto dun polinomio é o polinomio que resulta de cambiarlles o signo aos coeficientes do polinomio dado; é dicir, o oposto do polinomio $3x^2 - 4x + 5$ é o polinomio $-3x^2 + 4x - 5$.

$$(3x^3 - 8x^2 + 6x - 3) - (5x^4 - 7x^3 - 5x^2 + x - 7) = 3x^3 - 8x^2 + 6x - 3 - 5x^4 + 7x^3 + 5x^2 - x + 7 = -5x^4 + (3x^3 + 7x^3) + (-8x^2 + 5x^2) + (6x - x) + (-3 + 7) = -5x^4 + 10x^3 - 3x^2 + 5x + 4$$

Tamén se pode escribir do seguinte xeito:

$$\begin{array}{r}
 3x^3 - 8x^2 + 6x - 3 \\
 -5x^4 + 7x^3 + 5x^2 - x + 7 \\
 \hline
 -5x^4 + 10x^3 - 3x^2 + 5x + 4
 \end{array}$$


 Outros exemplos de sumas e restas de polinomios témolos na tarefa 7.

Multiplicación de polinomios: para multiplicar dous polinomios multiplícase cada termo do primeiro por cada termo do segundo e logo redúcense termos semellantes. O grao do polinomio produto é igual á suma dos graos dos polinomios que se multiplican; é dicir, se se multiplica un polinomio de segundo grao por un polinomio de terceiro grao, o polinomio produto é un polinomio de quinto grao.

$$\begin{aligned}
 (3x^2 - 5x + 3) \cdot (2x^2 + 5) &= 3x^2(2x^2 + 5) - 5x(2x^2 + 5) + 3(2x^2 + 5) = \\
 6x^4 + 15x^2 - 10x^3 - 25x + 6x^2 + 15 &= 6x^4 - 10x^3 + (15x^2 + 6x^2) - 25x + 15 = \\
 6x^4 - 10x^3 + 21x^2 - 25x + 15
 \end{aligned}$$


Tamén se pode escribir do seguinte xeito:

$$\begin{array}{r}
 3x^2 - 5x + 3 \\
 2x^2 \quad + 5 \\
 \hline
 15x^2 - 25x + 15 \\
 6x^4 - 10x^3 + 6x^2 \\
 \hline
 6x^4 - 10x^3 + 21x^2 - 25x + 15
 \end{array}$$

 Outros exemplos de produtos dun monomio por un polinomio e de produtos de polinomios témolos na tarefa 8.

Cociente dun polinomio entre un monomio: obtense dividindo cada termo do polinomio polo monomio.

$$(8x^4 - 6x^3 - 4x^2) : (2x^2) = \frac{8x^4}{2x^2} - \frac{6x^3}{2x^2} - \frac{4x^2}{2x^2} = 4x^2 - 3x - 2$$

 Outros exemplos de cociente dun polinomio entre un monomio témolos na tarefa 9.

1.7 Tarefas

- Tarefa 1: Expresar en linguaxe alxébrica certos enunciados.
- Tarefa 2: Calcular o valor numérico de expresións alxébricas.
- Tarefa 3: Efectuar sumas e restas de monomios.
- Tarefa 4: Efectuar produtos de monomios
- Tarefa 5: Efectuar cocientes de monomios
- Tarefa 6: Efectuar potencias con monomios
- Tarefa 7: Efectuar sumas e restas con polinomios.
- Tarefa 8: Efectuar produtos de polinomios.
- Tarefa 9: Efectuar cocientes de polinomios entre monomios.

1.7.1 Tarefa 1: Expresar en linguaxe alxébrica certos enunciados

Exercicio 1 (distancia)

Expresa en linguaxe alxébrica as seguintes frases:

- a) O cadrado dun número.
- b) O triplo dun número.
- c) O cadrado da suma de dous números.
- d) A suma dos cadrados de dous números.
- e) Hoxe teño 12 anos: os anos que terei dentro de x anos.
- f) Hoxe teño 15 anos: os anos que tiña hai x anos.
- g) Un número par.
- h) O cadrado dun número máis o dobre do mesmo número.
- i) A área do triángulo de base b e altura h .
- j) O cadrado dun número menos ese número.
- k) A idade, dentro de oito anos, dun home que ten hoxe x anos.
- l) A idade, hai cinco anos, dunha persoa que ten hoxe x anos.
- m) O perímetro dun rectángulo que ten x metros de ancho e dobre longo que ancho.

Autoavaliación

- a) x^2
- b) $3x$
- c) $(x + y)^2$
- d) $x^2 + y^2$

- e) $12 + x$
- f) $15 - x$
- g) $2x$
- h) $x^2 + 2x$
- i) $\frac{b \cdot h}{2}$
- j) $x^2 - x$
- k) $x + 8$
- l) $x - 5$
- m) $x + x + 2x + 2x = 6x$

1.7.2 Tarefa 2: Calcular o valor numérico de expresións alxébricas

Exercicio 1 (distancia)

Calcule o valor numérico das seguintes expresións alxébricas:

- a) $5x^3 + 3x^2 - 5x + 6$ para $x = 2$.
- b) $-5x^3 + 2x^2 - 3x - 7$ para $x = -3$.
- c) $x^5 - 4x^3 + 2x^2 - x + 3$ para $x = -1$.
- d) $x^3 + 2x^2y - y^3$ para $x = -2$ e $y = -3$.

Autoavaliación

- a) $5 \cdot 2^3 + 3 \cdot 2^2 - 5 \cdot 2 + 6 = 5 \cdot 8 + 3 \cdot 4 - 5 \cdot 2 + 6 = 40 + 12 - 10 + 6 = 48$.
- b) $-5(-3)^3 + 2(-3)^2 - 3(-3) - 7 = -5(-27) + 2 \cdot 9 + 9 - 7 = 135 + 18 + 9 - 7 = 155$.
- c) $(-1)^5 - 4(-1)^3 + 2(-1)^2 - (-1) + 3 = -1 - 4(-1) + 2 \cdot 1 + 1 + 3 = -1 + 4 + 2 + 1 + 3 = 9$.
- d) $(-2)^3 + 2(-2)^2(-3) - (-3)^3 = -8 + 2 \cdot 4 \cdot (-3) - (-27) = -8 - 24 + 27 = -5$.

1.7.3 Tarefa 3: Efectuar sumas e restas de monomios

Exercicio 1 (distancia)

Efectúe as seguintes sumas e restas de monomios:

- a) $x^2 + 3x - 5x^3 + 3x^2 - 7x$.
- b) $\frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{6}x + \frac{4}{5}x + \frac{3}{11}x^2$.

$$c) \frac{5}{6}x^3 - \frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{5}x + \frac{5}{7}x^2.$$

$$d) 3x^2 - 2xy + 7xy.$$

$$e) 6x^2 + 2x - y^2 + 3x - 5x^2 + 2y^2.$$

$$f) 6xy - 2x^2 - 4xy + 3x^2.$$

Autoavaliación

- Para facer estas operacións cómpre ter en conta que só se poden sumar e restar monomios que teñan a mesma parte literal, polo que agrupamos aqueles monomios que teñen a mesma parte literal.

a)

$$x^2 + 3x - 5x^3 + 3x^2 - 7x = -5x^3 + (x^2 + 3x^2) + (3x - 7x) = -5x^3 + 4x^2 - 4x$$

b)

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{6}x + \frac{4}{5}x + \frac{3}{11}x^2 &= \left(\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{11}x^2\right) + \left(-\frac{5}{6}x + \frac{4}{5}x\right) = \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{11}\right)x^2 + \left(-\frac{5}{6} + \frac{4}{5}\right)x = \\ &= \frac{11+6}{22}x^2 + \frac{-25+24}{30}x = \frac{17}{22}x^2 + \frac{-1}{30}x = \frac{17}{22}x^2 - \frac{1}{30}x \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} \frac{5}{6}x^3 - \frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{5}x + \frac{5}{7}x^2 &= \frac{5}{6}x^3 + \left(-\frac{1}{3}x^2 + \frac{5}{7}x^2\right) + \frac{2}{5}x = \\ &= \frac{5}{6}x^3 + \left(-\frac{1}{3} + \frac{5}{7}\right)x^2 + \frac{2}{5}x = \frac{5}{6}x^3 + \left(\frac{-7+15}{21}\right)x^2 + \frac{2}{5}x = \\ &= \frac{5}{6}x^3 + \frac{8}{21}x^2 + \frac{2}{5}x \end{aligned}$$

d)

$$3x^2 - 2xy + 7xy = 3x^2 + (-2xy + 7xy) = 3x^2 + (-2 + 7)xy = 3x^2 + 5xy$$

e)

$$6x^2 + 2x - y^2 + 3x - 5x^2 + 2y^2 = (6x^2 - 5x^2) + (2x + 3x) + (-y^2 + 2y^2) = x^2 + 5x + y^2$$

f)

$$6xy - 2x^2 - 4xy + 3x^2 = (6xy - 4xy) + (-2x^2 + 3x^2) = 2xy + x^2$$

1.7.4 Tarefa 4: Efectuar produtos de monomios

Exercicio 1 (distancia)

Efectúe os produtos dos seguintes monomios:

- a) $8x \cdot 4x^3$
 b) $3x^2 \cdot 2x^4$
 c) $(-3x^2)(-5x^3)$
 d) $3x^2y \cdot (-5xy^2)$
 e) $5xy^3z^2 \cdot 3x^2z^3 \cdot (-3x^2y^3z^4)$
 f) $(-\frac{1}{3}xy^2)(-\frac{2}{5}x^2y^3)$
 g) $(-2x^2yz^3)(3x^3y)$
 h) $6x^3 \cdot (-5x^2y) \cdot \frac{1}{2}xy^2z^3$

Autoavaliación

a)

$$8x \cdot 4x^3 = 8 \cdot 4 \cdot x \cdot x^3 = 32x^{1+3} = 32x^4$$

b)

$$3x^2 \cdot 2x^4 = 3 \cdot 2 \cdot x^2 \cdot x^4 = 6x^{2+4} = 6x^6$$

c)

$$(-3x^2)(-5x^3) = (-3)(-5) \cdot x^2 \cdot x^3 = 15^{2+3} = 15x^5$$

d)

$$3x^2y \cdot (-5xy^2) = 3(-5) \cdot x^2 \cdot x \cdot y \cdot y^2 = -15 \cdot x^{2+1} \cdot y^{1+2} = -15x^3y^3$$

e)

$$5xy^3z^2 \cdot 3x^2z^3 \cdot (-3x^2y^3z^4) = 5 \cdot 3 \cdot (-3) \cdot x \cdot x^2 \cdot x^2 \cdot y^3 \cdot y^3 \cdot z^2 \cdot z^3 \cdot z^4 = \\ = -45 \cdot x^{1+2+2} \cdot y^{3+3} \cdot z^{2+3+4} = -45x^5y^6z^9$$

f)

$$(-\frac{1}{3}xy^2)(-\frac{2}{5}x^2y^3) = (-\frac{1}{3})(-\frac{2}{5}) \cdot x \cdot x^2 \cdot y^2 \cdot y^3 = \frac{2}{15}x^{1+2}y^{2+3} = \frac{2}{15}x^3y^5$$

g)

$$(-2x^2yz^3)(3x^3y) = (-2) \cdot 3 \cdot x^2 \cdot x^3 \cdot y \cdot y \cdot z^3 = -6 \cdot x^{2+3} \cdot y^{1+1} \cdot z^3 = -6x^5y^2z^3$$

h)

$$6x^3 \cdot (-5x^2y) \cdot \frac{1}{2}xy^2z^3 = 6 \cdot (-5) \cdot \frac{1}{2} \cdot x^3 \cdot x^2 \cdot x \cdot y \cdot y^2 \cdot z^3 = \frac{-30}{2} \cdot x^{3+2+1} \cdot y^{1+2} \cdot z^3 = -15x^6y^3z^3$$

1.7.5 Tarefa 5: Efectuar cocientes de monomios

Exercicio 1 (distancia)

Efectúe os cocientes dos seguintes monomios:

a) $(15x^5):(-3x^2)$

b) $(-36x^4y^2):(6x^2y)$

c) $(-18x^4y^4z^3):(3x^4y^4z)$

d) $(-24x^4y^3z^3):(-4x^2y^2z)$

e) $\left(-\frac{5}{11}x^4y^3z^2\right):\left(-\frac{6}{22}xyz^2\right)$

Autoavaliación

a) $(15x^5):(-3x^2) = \frac{15}{-3} \frac{x^5}{x^2} = -5x^{5-2} = -5x^3$

b) $(-36x^4y^2):(6x^2y) = \frac{-36}{6} \frac{x^4}{x^2} \frac{y^2}{y} = -6x^{4-2}y^{2-1} = -6x^2y$

c) $(-18x^4y^4z^3):(3x^4y^4z) = \frac{-18}{3} \frac{x^4}{x^4} \frac{y^4}{y^4} \frac{z^3}{z} = -6x^{4-4}y^{4-4}z^{3-1} = -6x^0y^0z^2 = -6z^2$

d) $(-24x^4y^3z^3):(-4x^2y^2z) = \frac{-24}{-4} \frac{x^4}{x^2} \frac{y^3}{y^2} \frac{z^3}{z} = 6x^{4-2}y^{3-2}z^{3-1} = 6x^2y^1z^2 = 6x^2yz^2$

e)

$\left(-\frac{5}{11}x^4y^3z^2\right):\left(-\frac{6}{22}xyz^2\right) = \left(-\frac{5}{11}:-\frac{6}{22}\right) \frac{x^4}{x} \frac{y^3}{y} \frac{z^2}{z^2} = \frac{5 \cdot 22}{6 \cdot 11} x^{4-1}y^{3-1}z^{2-2} = \frac{5 \cdot 2}{6} x^3y^2z^0 = \frac{5}{3}x^3y^2$

1.7.6 Tarefa 6: Efectuar potencias con monomios

Exercicio 1 (distancia)

Efectúe as seguintes potencias e operacións con potencias:

a) $(x^5)^4$

b) $(-abc)^5$

c) $(-3x^2y^5z^3)^2$

d) $(-2x^2yz^3)^0$

$$e) (-xy)^2 \cdot (x^3y^2)^3 \cdot (-5x)^0$$

$$f) (-3x^2y)^3 \cdot (-2xy) \cdot (3x^2)^2$$

$$g) (2x^2y^4)^3 \cdot (-3xy)^3 \cdot (-4x^3y^3)$$

Autoavaliación

- Para resolver estes exercicios teremos en conta que para elevar unha potencia a outra potencia se multiplican os expoñentes.

a)

$$(x^5)^4 = x^{5 \cdot 4} = x^{20}$$

b)

$$(-abc)^5 = (-1)^5 a^5 b^5 c^5 = -a^5 b^5 c^5$$

c)

$$(-3x^2y^5z^3)^2 = (-3)^2 (x^2)^2 (y^5)^2 (z^3)^2 = 9 \cdot x^{2 \cdot 2} \cdot y^{5 \cdot 2} \cdot z^{3 \cdot 2} = 9x^4 y^{10} z^6$$

d)

Abonda con lembrar que todo numero elevado a cero é a unidade.

$$(-2x^2yz^3)^0 = 1$$

e) Tendo en conta que todo número elevado a cero é un $(-5x)^0 = 1$, tense que:

$$\begin{aligned} (-xy)^2 \cdot (x^3y^2)^3 \cdot (-5x)^0 &= (-1)^2 x^2 y^2 \cdot (x^3)^3 (y^2)^3 \cdot 1 = x^2 y^2 \cdot x^{3 \cdot 3} y^{2 \cdot 3} = \\ &= x^2 y^2 \cdot x^9 y^6 = (x^2 \cdot x^9)(y^2 \cdot y^6) = x^{2+9} y^{2+6} = x^{11} y^8 \end{aligned}$$

f)

$$\begin{aligned} (-3x^2y)^3 \cdot (-2xy) \cdot (3x^2)^2 &= (-3)^3 (x^2)^3 y^3 \cdot (-2xy) \cdot 3^2 (x^2)^2 = \\ &= -27x^{2 \cdot 3} y^3 \cdot (-2xy) \cdot 9x^4 = -27x^6 y^3 \cdot (-2xy) \cdot 9x^4 = \\ &= (-27) \cdot (-2) \cdot 9 \cdot (x^6 \cdot x \cdot x^4) \cdot (y^3 \cdot y) = 486x^{6+1+4} y^{3+1} = 486x^{11} y^4 \end{aligned}$$

g)

$$\begin{aligned} (2x^2y^4)^3 \cdot (-3xy)^3 \cdot (-4x^3y^3) &= 2^3 (x^2)^3 (y^4)^3 (-3)^3 x^3 y^3 (-4x^3 y^3) = \\ &= 8x^{2 \cdot 3} y^{4 \cdot 3} (-27)x^3 y^3 (-4x^3 y^3) = 8x^6 y^{12} (-27)x^3 y^3 (-4x^3 y^3) = \\ &= 8 \cdot (-27) \cdot (-4) \cdot (x^6 \cdot x^3 \cdot x^3)(y^{12} \cdot y^3 \cdot y^3) = 864x^{6+3+3} y^{12+3+3} = 864x^{12} y^{18} \end{aligned}$$

1.7.7 Tarefa 7: Efectuar sumas e restas de polinomios

Exercicio 1 (distancia)

Efectúe as seguintes operacións:

a) $(3x^2 - 5x + 2) - (6x^2 + 7x + 9) - (5x^2 - 3x + 6)$

b) $(5x^2 - 3x + 8) - (6x^3 - 5x + 4) - (5x^2 + 4x - 6)$

c) $(6x^2 - 6y + 4x) + (6xy - 2x + 3y) - (3y - 4xy)$

Autoavaliación

- Temos en conta que, para sumar e restar polinomios, só se suman e se restan os termos semellantes, e dicir, aqueles termos que teñen a mesma parte literal.

a)

$$(3x^2 - 5x + 2) - (6x^2 + 7x + 9) - (5x^2 - 3x + 6) = 3x^2 - 5x + 2 - 6x^2 - 7x - 9 - 5x^2 + 3x - 6 = \\ = (3x^2 - 6x^2 - 5x^2) + (-5x - 7x + 3x) + (2 - 9 - 6) = -8x^2 - 9x - 13$$

b)

$$(5x^2 - 3x + 8) - (6x^3 - 5x + 4) - (5x^2 + 4x - 6) = 5x^2 - 3x + 8 - 6x^3 + 5x - 4 - 5x^2 - 4x + 6 = \\ = -6x^3 + (5x^2 - 5x^2) + (-3x + 5x - 4x) + (8 - 4 + 6) = -6x^3 - 2x + 10$$

c)

$$(6x^2 - 6y + 4x) + (6xy - 2x + 3y) - (3y - 4xy) = 6x^2 - 6y + 4x + 6xy - 2x + 3y - 3y + 4xy = \\ = 6x^2 + (6xy + 4xy) + (4x - 2x) + (-6y + 3y) = 6x^2 + 10xy + 2x - 3y$$

1.7.8 Tarefa 8: Efectuar produtos de polinomios

Exercicio 1 (distancia)

Efectúe as seguintes operacións:

a) $(3x^2) \cdot (6x^5 - 3x^3 - 2x + 6)$

b) $(-4x^2y^3) \cdot (-2x^2y^2 + 5x^2y^3 + y^4)$

c) $(3x^3 - 2x^2 - 6x + 5) \cdot (3x^2 - 2x - 3)$

Autoavaliación

a)

$$(3x^2) \cdot (6x^5 - 3x^3 - 2x + 6) = 3 \cdot 6 \cdot x^2 \cdot x^5 - 3 \cdot 3 \cdot x^2 \cdot x^3 - 3 \cdot 2 \cdot x^2 \cdot x + 3 \cdot 6 \cdot x^2 = \\ = 18 \cdot x^{2+5} - 9 \cdot x^{2+3} - 6 \cdot x^{2+1} + 18 \cdot x^2 = 18x^7 - 9x^5 - 6x^3 + 18x^2$$

b)

$$(-4x^2y^3) \cdot (-2x^2y^2 + 5x^2y^3 + y^4) = (-4)(-2) \cdot x^2 \cdot x^2 \cdot y^3 \cdot y^2 + (-4) \cdot 5 \cdot x^2 \cdot x^2 \cdot y^3 \cdot y^3 + (-4) \cdot x^2 \cdot y^3 \cdot y^4 =$$

$$= 8 \cdot x^{2+2} \cdot y^{3+2} - 20 \cdot x^{2+2} \cdot y^{3+3} - 4 \cdot x^2 \cdot y^{3+4} = 8x^4y^5 - 20x^4y^6 - 4x^2y^7$$

c)

$$(3x^3 - 2x^2 - 6x + 5) \cdot (3x^2 - 2x - 3) =$$

$$= 3x^3(3x^2 - 2x - 3) - 2x^2(3x^2 - 2x - 3) - 6x(3x^2 - 2x - 3) + 5(3x^2 - 2x - 3) =$$

$$= 9x^5 - 6x^4 - 9x^3 - 6x^4 + 4x^3 + 6x^2 - 18x^3 + 12x^2 + 18x + 15x^2 - 10x - 15 =$$

$$= 9x^5 + (-6x^4 - 6x^4) + (-9x^3 + 4x^3 - 18x^3) + (6x^2 + 12x^2 + 15x^2) + (18x - 10x) - 15 =$$

$$= 9x^5 - 12x^4 - 23x^3 + 33x^2 + 8x - 15$$

– Esta última operación tamén se pode realizar do seguinte xeito:

$$\begin{array}{r} 3x^3 - 2x^2 - 6x + 5 \\ 3x^2 - 2x - 3 \\ \hline -9x^3 + 6x^2 + 18x - 15 \\ -6x^4 + 4x^3 + 12x^2 - 10x \\ 9x^5 - 6x^4 - 18x^3 + 15x^2 \\ \hline 9x^5 - 12x^4 - 23x^3 + 33x^2 + 8x - 15 \end{array}$$

1.7.9 Tarefa 9: Efectuar cocientes de polinomios entre monomios

Exercicio 1 (distancia)

Efectúe as seguintes operacións:

a) $(5x^4 - 6x^3 + 4x^2) : (-x^2)$

b) $(10x^5 - 9x^4 - 6x^3 + 4x^2) : (3x^2)$

Autoavaliación

a)

$$(5x^4 - 6x^3 + 4x^2) : (-x^2) = \frac{5x^4}{-x^2} - \frac{6x^3}{-x^2} + \frac{4x^2}{-x^2} = -5x^{4-2} + 6x^{3-2} - 4x^{2-2} = -5x^2 + 6x - 4x$$

b)

$$(10x^5 - 9x^4 - 6x^3 + 4x^2) : (3x^2) = \frac{10x^5}{3x^2} - \frac{9x^4}{3x^2} - \frac{6x^3}{3x^2} + \frac{4x^2}{3x^2} =$$

$$= \frac{10}{3}x^{5-2} - 3x^{4-2} - 2x^{3-2} + \frac{4}{3}x^{2-2} = \frac{10}{3}x^3 - 3x^2 - 2x + \frac{4}{3}$$

