

**Dirección Xeral de Formación Profesional e  
Ensinanzas Especiais**

# **Material para a preparación de probas a distancia**

Grao	Medio
Proba	Científico-tecnolóxica
Parte da proba	Ex. Matemáticas
Unidade didáctica	Nº 5. Estatística e probabilidade
<b>Actividade</b>	Nº 1. Estatística
Autores	Grupo de traballo de desenvolvemento de material para a preparación das probas de acceso
Nome do arquivo	UD05_A01_Estatística.RTF

# Índice

1.	Ficha técnica.....	4
1.1	Título e descrición .....	4
1.2	Obxectivos .....	4
1.3	Contidos.....	4
1.4	Aspectos metodolóxicos.....	4
1.5	Descrición do que se vai aprender .....	4
2.	Descrición da actividade .....	5
1.6	Introdución .....	5
	Concepto de estatística .....	5
	Poboación e mostra.....	5
	Variable estatística: tipos.....	6
	Organización dos datos en clases.....	6
	Frecuencia absoluta e frecuencia relativa .....	6
	Confección dunha táboa de frecuencias .....	7
	Gráficos estatísticos .....	7
	<b>1. Diagrama de barras</b> .....	8
	<b>2. Diagrama de sectores</b> .....	8
	3. Histograma.....	8
	<b>4. Outros gráficos</b> .....	9
	Parámetros estatísticos .....	9
	4.1. Parámetros estatísticos de centralización.....	9
	4.2. Parámetros estatísticos de dispersión .....	10
1.7	Tarefas.....	11
1.7.1	Tarefa 1: Identificación dos conceptos de poboación, mostra, individuo, tamaño e mostraxe aleatoria .....	11
	Exercicio 1.1 (a distancia) .....	11
	Autoavaliación.....	11
	Exercicio 1.2 (a distancia) .....	12
	Autoavaliación.....	12
1.7.2	Tarefa 2: Clasificación de variables estatísticas segundo o seu tipo .....	13
	Exercicio 2.1 (presencial) .....	13
	Autoavaliación.....	13
1.7.3	Tarefa 3: Organización dos datos dun estudo estatístico en clases .....	14
	Exercicio 3.1 (presencial) .....	14
	Autoavaliación.....	14
1.7.4	Tarefa 4: Cálculo de frecuencias absolutas e relativas .....	15
	Exercicio 4.1 (presencial) .....	15
	Autoavaliación.....	15
1.7.5	Tarefa 5: Confección dunha táboa de frecuencia con datos illados (sen agrupar en clases ou intervalos) .....	17
	Exercicio 5.1 (presencial) .....	17
	Autoavaliación.....	17
1.7.6	Tarefa 6: Confección dunha táboa de frecuencia con datos agrupados en clases ou intervalos.....	18
	Exercicio 6.1 (presencial) .....	18
	Autoavaliación.....	18
1.7.7	Tarefa 7: Construción dun diagrama de barras.....	18

	Exercicio 7.1 (presencial) .....	18
	Autoavaliación.....	18
1.7.8	Tarefa 8: Construción dun diagrama de sectores .....	20
	Exercicio 8.1 (presencial) .....	20
	Autoavaliación.....	20
1.7.9	Tarefa 9: Construción dun histograma .....	21
	Exercicio 9.1 (presencial) .....	21
	Autoavaliación.....	21
1.7.10	Tarefa 10: Cálculo da media.....	22
	Exercicio 10.1 (presencial) .....	22
	Autoavaliación.....	22
1.7.11	Tarefa 11: Cálculo da mediana.....	23
	Exercicio 11.1 (presencial) .....	23
	Autoavaliación.....	23
1.7.12	Tarefa 12: Cálculo da moda .....	25
	Exercicio 12.1 (presencial) .....	25
	Autoavaliación.....	25
1.7.13	Tarefa 13: Cálculo dos parámetros de dispersión .....	26
	Exercicio 13.1 (presencial) .....	26
	Autoavaliación.....	26
1.7.14	Tarefa 14: Realización dun estudo estatístico completo: construción da táboa de frecuencias, representación gráfica e cálculo dos parámetros .....	28
	Exercicio 14.1 (a distancia) .....	28
	Autoavaliación.....	28
	Exercicio 14.2 (a distancia) .....	30
	Autoavaliación .....	30
1.7.15	Tarefa 15: Interpretación conxunta da media e da desviación típica. ....	31
	Exercicio 15.1 (presencial) .....	31
	Autoavaliación .....	31
1.7.16	Tarefa 16: Interpretación dun gráfico estatístico .....	32
	Exercicio 16.1 (presencial) .....	32
	Autoavaliación .....	32

# 1. Ficha técnica

## 1.1 Título e descrición

- Título: Estatística.
- Descrición: confección e interpretación de táboas e gráficos estatísticos; cálculo dos parámetros estatísticos de centralización e de dispersión.
- Nome do arquivo da actividade: UD05\_A01\_Estatística.rtf

## 1.2 Obxectivos

- Coñecer os conceptos básicos empregados en estatística: poboación, mostra, individuo, tamaño, mostraxe aleatoria, etc.
- Diferenciar os distintos tipos de variables estatísticas.
- Confeccionar unha táboa de frecuencias.
- Construír o gráfico estatístico adecuado ao tipo de información e saber interpretalo.
- Calcular os parámetros estatísticos de centralización e de dispersión.

## 1.3 Contidos

- Concepto de estatística.
- Poboación e mostra.
- Variable estatística: tipos.
- Organización dos datos en clases.
- Frecuencia absoluta e frecuencia relativa.
- Confección dunha táboa de frecuencias.
- Gráficos estatísticos.
- Parámetros estatísticos.

## 1.4 Aspectos metodolóxicos

- Temporalización: seis horas.

## 1.5 Descrición do que se vai aprender

A información estatística preséntasenos mediante táboas ou gráficas coas que resulta moi sinxelo entender a información que se nos dá. Con esta actividade aprenderase a construír e a interpretar táboas e gráficos estatísticos. Antes diso cumprirá familiarizarse con algúns conceptos básicos que se manexan nun estudo estatístico e, por último, aprenderase a calcular uns poucos números chamados parámetros estatísticos, que serven para resumir e comprender mellor o comportamento dos datos cos que se estea a traballar.

## 2. Descrición da actividade

### 1.6 Introducción

#### Concepto de estatística

A estatística é unha ciencia que estuda, analiza e interpreta datos de diversa natureza para así poder sacar as conclusións que se pretendan.

Neste tema imos estudar a estatística descritiva, que ten por obxecto recoller datos, contalos e clasificalos, ordenalos en táboas, confeccionar gráficos e interpretalos. Hai outra rama da estatística chamada estatística inferencial, que trata de establecer conclusións xerais sobre unha poboación a partir dos resultados obtidos dunha mostra mediante a estatística descrittiva.

As principais etapas dun estudo estatístico son as seguintes:

- Recollida de datos: mediante unha formulación seria do traballo necesario para a súa obtención. Para iso cómpre termos moi claro o que pretendemos estudar.
- Presentación dos datos: mediante táboas e gráficos.
- Cálculo de parámetros estatísticos: números que serven para resaltar determinados aspectos dos datos ou para resumir a información.
- Análise estatística: para tirar as conclusións que se pretenda (este paso é propio da estatística inferencial e non o imos tratar aquí por quedar fóra dos obxectivos do tema).

#### Poboación e mostra

Poboación é o conxunto de elementos sobre o que se vai a facer un estudo estatístico; este conxunto ter que estar perfectamente especificado. Tamén se chama universo, colectivo ou serie estatística.

Unha mostra é un subconxunto da poboación. Para que unha mostra represente perfectamente unha poboación, os seus elementos débense elixirse ao chou, mediante o proceso coñecido como mostraxe aleatoria, na que cada individuo da poboación ten a mesma probabilidade de ser incluído na mostra.

Individuo é cada un dos elementos da mostra ou da poboación. Os individuos poden ser de diversa natureza: persoas, plantas, animais ou cousas.

O número total de individuos dunha poboación ou mostra chámase tamaño. Representase pola letra  $N$ .



Tarefa 1: Identificación dos conceptos de poboación, mostra, individuo, tamaño e mostraxe aleatoria.

## Variable estatística: tipos

Unha variable estatística é unha característica ou calidade común a todos os individuos dunha poboación ou mostra que desexamos estudar. Os posibles resultados dunha variable estatística chámanse modalidades.

As variables estatísticas poden ser de dous tipos: cualitativas e cuantitativas.

- Variable estatística cualitativa: os posibles resultados ou modalidades non son números, senón que son calidades; por exemplo o sexo, a cor do pelo, o estado civil dunha persoa, etc.
- Variable estatística cuantitativa: os resultados ou modalidades son números; por exemplo a idade, o peso, o número de irmáns dunha persoa, etc. Á súa vez, as variables estatísticas cuantitativas poden ser de dúas clases: discretas e continuas.
  - Discretas: só toman un número finito de valores; por exemplo o número de irmáns dunha persoa, o número de pétalos dunha flor, etc.
  - Continuas: poden tomar todos os valores dun intervalo; por exemplo o peso ou a estatura dunha persoa, a velocidade dun coche, etc.

 Tarefa 2: Clasificación de variables estatísticas segundo o seu tipo.

## Organización dos datos en clases

Cando traballemos cunha variable estatística continua que ten teoricamente infinitas modalidades, ou cunha variable estatística discreta con moitas modalidades, é moi aconsellable agrupar os datos en clases, que se chaman intervalos de clase. Para iso seguiremos os seguintes criterios:

- Para elixir o número de clases fixarémonos na diferenza entre o maior e o menor valor da variable.
- Procurarase que todos os intervalos de clase teñan a mesma amplitude (diferenza entre os seus extremos).
- O límite superior dunha clase coincidirá co límite inferior da clase seguinte. É aconsellable que estes límites se sitúen en números redondos (múltiplos de 5, de 10, etc.).
- Os intervalos serán pechados pola esquerda e abertos pola dereita; é dicir que o intervalo incluírá o límite inferior, pero non o superior
- Cada intervalo de clase estará representado polo seu punto medio, que se chama marca de clase. A marca de clase calcúlase sumando os extremos do intervalo de clase e dividindo por 2.

 Tarefa 3: Organización dos datos dun estudo estatístico en clases.

## Frecuencia absoluta e frecuencia relativa

Coñécese como frecuencia absoluta dun valor  $x_i$  da variable o número de individuos que teñen ese valor; é dicir, o número de veces que se repite o dito valor. Representase por  $n_i$ .

A suma de todas as frecuencias absolutas ten que ser igual ao número de datos  $N$ .

Coñécese como frecuencia relativa dun valor  $x_i$  da variable ou modalidade o cociente entre a frecuencia absoluta e o número total de individuos (tamaño)  $N$  da poboación ou mostra que estamos a estudar. Representábase por  $f_i$ .

Xa que logo:  $f_i = \frac{n_i}{N}$ .

A suma das frecuencias relativas é igual a 1.

Se multiplicamos por 100 a frecuencia relativa obtemos o tanto por cento (%).

A suma dos tantos por cento ten que dar 100.

 Tarefa 4: Cálculo de frecuencias absolutas e relativas.

Frecuencias absolutas e relativas acumuladas: ás veces é útil sumarlle á frecuencia dun valor da variable estatística as frecuencias de todos os valores anteriores.

Se a cada frecuencia absoluta dun valor lle sumamos as frecuencias absolutas de todos os valores anteriores, obtemos as chamadas frecuencias absolutas acumuladas.


Se a cada frecuencia relativa lle sumamos as frecuencias relativas de todas as modalidades anteriores, obtemos as chamadas frecuencias relativas acumuladas.

### Confección dunha táboa de frecuencias


Unha vez recollidos os datos dunha poboación ou dunha mostra ordénanse en forma crecente e distribúense xunto coas respectivas frecuencias en filas e columnas, co que se obtén o que se chama unha táboa de frecuencias. Unha táboa de frecuencias é, xa que logo, o resumo dos datos dunha mostra coas súas frecuencias:

Modalidades	$n_i$	$n_i$ acumuladas	$f_i$	$f_i$ acumuladas	%
-------------	-------	------------------	-------	------------------	---

As frecuencias acumuladas podémolas incluír ou non, segundo queiramos ou necesitemos para o estudo que esteamos a facer.

 Tarefa 5: Confección dunha táboa de frecuencia con datos illados (sen agrupar en clases ou intervalos).

Cando traballemos con datos agrupados en clases, elixiremos como modalidades as marcas de clase de cada intervalo.

 Tarefa 6: Confección dunha táboa de frecuencia con datos agrupados en clases ou intervalos.

### Gráficos estatísticos

Os gráficos estatísticos teñen por obxecto facer máis intuitiva, a simple vista, a observación dos resultados dun estudo estatístico. Nos medios de comunicación vemos continuamente espléndidas representacións que nos permiten, cun só golpe de vista, assimilar a información


que se nos dá. Os gráficos estatísticos deben ser adecuados ao tipo de información; os máis frecuentes son os seguintes:

### 1. Diagrama de barras

Emprégase para variables cualitativas e para variables cuantitativas discretas.

Constrúese do seguinte xeito:


1. Sobre o eixe horizontal (eixe X) sitúanse os valores da variable.
2. No eixe vertical (eixe Y) colócanse as frecuencias de cada valor da variable.
3. Sobre cada valor da variable levántase unha estreita barra vertical de altura proporcional á correspondente frecuencia do dito valor.

 Tarefa 7: Construción dun diagrama de barras.

### 2. Diagrama de sectores

Úsase para todo tipo de variables pero fundamentalmente para as variables cualitativas.

Consiste nun círculo dividido en sectores de área proporcional á frecuencia de cada valor da variable.

 Tarefa 8: Construción dun diagrama de sectores.


### 3. Histograma

Utilízase para representar variables continuas e para variables discretas agrupadas en clases.

Constrúese do seguinte xeito:

1. Sobre o eixe horizontal colócanse os límites dos intervalos de clase.
2. No eixe vertical colócanse as frecuencias de cada valor da variable.
3. Constrúense rectángulos de base igual aos intervalos de clase e área proporcional á frecuencia de cada valor da variable.

O polígono construído unindo mediante liñas quebradas os puntos medios das bases superiores dos rectángulos e prolongando ao principio e ao final ata chegar ao eixe X, chámase polígono de frecuencias. O seu sentido é suavizar os chanzos que se producen no histograma.

 Tarefa 9: Construción dun histograma.



## 4. Outros gráficos

Outras representacións gráficas habituais son os chamados pictogramas (debuxos alusivos á variable estatística) e os cartogramas (mapas onde se representan as frecuencias de cada modalidade por medio de diversas cores, raiados ou símbolos).

### Parámetros estatísticos

Os parámetros estatísticos son uns números que permiten resumir toda a información dun estudo estatístico, dándonos unha idea o máis aproximada posible de como se distribúen os datos.

Os parámetros estatísticos son de dous tipos: de centralización e de dispersión.

#### 4.1. Parámetros estatísticos de centralización

Indícanos en torno a que valor (centro) se distribúen os datos. Son tres: media, mediana e moda.


**Media:** a media obtense sumando todos os datos e dividindo entre o número deles. Tamén se pode calcular de xeito máis sistemático como se explica deseguido:

Se designamos por  $x_1, x_2, \dots, x_n$  os valores que toma a variable estatística e por  $f_1, f_2, \dots, f_n$  as respectivas frecuencias relativas, entón a media, que se designa por  $\bar{x}$ , vén dada pola seguinte expresión:

$$\bar{x} = x_1 \cdot f_1 + x_2 \cdot f_2 + \dots + x_n \cdot f_n = \sum_{i=1}^n x_i \cdot f_i$$

Notación: o signo  $\sum$  chámase sumatorio e utilízase para indicar sumas de varios sumandos.

$\sum_{i=1}^n x_i \cdot f_i$  lese “suma desde  $i=1$  ata  $n$  de  $x_i$  por  $f_i$ ” e significa que lle vamos dando a  $i$  os valores desde 1 ata  $n$  e, así, imos obtendo todos os termos da suma  $x_1 \cdot f_1 + x_2 \cdot f_2 + \dots + x_n \cdot f_n$

 Tarefa 10: Cálculo da media.

**Mediana:** se ordenamos os datos de menor a maior, a mediana é o valor  $Me$  que queda no medio, é dicir, que ten a metade dos datos antes que el e a outra metade despois del.


Se o número de datos é par, a mediana será o valor medio dos dous datos centrais.

Se os datos están agrupados en clases tomaremos como mediana a marca de clase do intervalo que teña de frecuencia absoluta acumulada máis da metade do número de datos.

 Tarefa 11: Cálculo da mediana.

**Moda:** Coñécese como moda ( $M_o$ ) o valor da variable de maior frecuencia. A moda non ten por que ser única, xa que pode haber varios valores da variable coa máxima frecuencia.

Se os datos están agrupados en clases chamaremos intervalo modal ao que teña maior frecuencia e poderemos tomar como moda a marca de clase do dito intervalo.

 Tarefa 12: Cálculo da moda.

#### 4.2. Parámetros estatísticos de dispersión

Informan do grao de separación dos datos respecto da media; é dicir, miden a dispersión dos datos. Son os seguintes:

**Percorrido ou rango:** é a diferenza entre o maior e o menor valor da variable.

**Desviacións á media:** son as diferenzas entre cada valor  $x_i$  da variable e a media; é dicir  $x_i - \bar{x}$ .

**Varianza:** é a media dos cadrados das desviacións á media (representase por  $\sigma^2$ ).


$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i$$


Onde  $x_1, x_2, \dots, x_n$  son os valores da variable e  $f_1, f_2, \dots, f_n$  as respectivas frecuencias relativas.


**Desviación típica:** é a raíz cadrada da varianza (representase por  $\sigma$ ).

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}$$

 Tarefa 13: Cálculo dos parámetros de dispersión.

 Tarefa 14: Realización dun estudo estatístico completo: construción da táboa de frecuencias, representación gráfica e cálculo dos parámetros.

 Tarefa 15: Interpretación conxunta da media e da desviación típica.

 Tarefa 16: Interpretación dun gráfico estatístico.

## 1.7 Tarefas

- Tarefa 1: Identificación dos conceptos de poboación, mostra, individuo, tamaño e mostraxe aleatoria.
- Tarefa 2: Clasificación de variables estatísticas segundo o seu tipo.
- Tarefa 3: Organización dos datos dun estudo estatístico en clases.
- Tarefa 4: Cálculo de frecuencias absolutas e relativas.
- Tarefa 5: Confección dunha táboa de frecuencia con datos illados (sen agrupar en clases ou intervalos).
- Tarefa 6: Confección dunha táboa de frecuencia con datos agrupados en clases ou intervalos.
- Tarefa 7: Construción dun diagrama de barras.
- Tarefa 8: Construción dun diagrama de sectores.
- Tarefa 9: Construción dun histograma. Distancia
- Tarefa 10: Cálculo da media.
- Tarefa 11: Cálculo da mediana.
- Tarefa 12: Cálculo da moda.
- Tarefa 13: Cálculo dos parámetros de dispersión.
- Tarefa 14: Realización dun estudo estatístico completo: construción da táboa de frecuencias, representación gráfica e cálculo dos parámetros
- Tarefa 15: Interpretación conxunta da media e da desviación típica.
- Tarefa 16: Interpretación dun gráfico estatístico.

### 1.7.1 Tarefa 1: Identificación dos conceptos de poboación, mostra, individuo, tamaño e mostraxe aleatoria

#### Exercicio 1.1 (a distancia)

Nunha fábrica de lámpadas prodúcense 25.000 lámpadas nun día. Para facer un control de calidade analízase unha de cada 100 lámpadas producidas para ver se é correcta ou defectuosa. Identifique neste estudo estatístico os conceptos de poboación, mostra, individuo e tamaño.

#### Autoavaliación

A poboación é o conxunto das 25.000 lámpadas producidas. Cada lámpada é un individuo. O tamaño desta poboación é de 25.000 lámpadas.

A mostra é o conxunto das lámpadas que eliximos para analizar. Como eliximos unha de cada 100 producidas, esta mostra ten un tamaño de  $\frac{25\,000}{100} = 250$  lámpadas.

### **Exercicio 1.2 (a distancia)**

Queremos facer un estudo estatístico sobre a cor do pelo dos habitantes de Galicia, para o que eliximos unha mostra de 2.000 habitantes da provincia de Lugo. Razoe se esta mostra é aleatoria.

#### **Autoavaliación**

Esta mostra non é aleatoria porque estamos descartando os habitantes das outras tres provincias. Para que a mostra sexa aleatoria cómpre deseñar un xeito de elección no que cada habitante das catro provincias galegas teña a mesma probabilidade de ser elixido, por exemplo un sorteo.

## 1.7.2 Tarefa 2: Clasificación de variables estadísticas segundo o seu tipo

### Exercicio 2.1 (presencial)

Clasifique, segundo o tipo, as seguintes variables estadísticas:

- a) O número de irmáns dos alumnos dun instituto.
- b) A cor dos ollos dos habitantes de Santiago.
- c) O estado civil dos habitantes maiores de 25 anos da Coruña.
- d) A intención de voto dos españois nun vindeiro referendo.
- e) O número de pétalos dunha flor.
- f) A estatura dos mozos de 18 anos da provincia de Lugo.
- g) O peso dos xogadores dun equipo de fútbol.

### Autoavaliación

- a) Cuantitativa discreta, porque os seus posibles valores ou modalidades son un número finito de números: 0, 1, 2, 3, etc.
- b) Cualitativa, porque os posibles resultados son calidades: azuis, negros, verdes, etc.
- c) Cualitativa, porque os posibles resultados son calidades: solteiro, casado, viúvo, etc.
- d) Cualitativa porque as posibilidades de voto son: si, non, en branco, nulo ou abstención.
- e) Cuantitativa discreta, porque os seus posibles valores ou modalidades son un número finito de números: 0, 1, 2, 3, etc.
- f) Cuantitativa continua, porque a estatura pode tomar, polo menos teoricamente, todos os valores desde a menor ata a maior estatura.
- g) Cuantitativa continua, pola mesma razón que no apartado anterior.

### 1.7.3 Tarefa 3: Organización dos datos dun estudo estatístico en clases

#### Exercicio 3.1 (presencial)

As estaturas (expresadas en centímetros) dos 30 alumnos e alumnas dunha clase veñen dadas na seguinte táboa:

173	168	158	178	185	177
169	182	161	162	173	159
166	180	169	172	164	175
168	177	163	171	181	165
175	171	170	161	170	172

Agrupe os datos en intervalos de clase e calcule as marcas de clase.

#### Autoavaliación

Observamos que a altura menor é 158 cm e a maior 185 cm.

Podemos agrupar os datos nos seguintes intervalos:

[155, 160) conterá as estaturas comprendidas entre 155 cm (incluída) e 160 cm (excluída).

A súa marca de clase é  $\frac{155+160}{2} = 157,5$ .

$$[160, 165) \rightarrow \text{Marca de clase} = \frac{160+165}{2} = 162,5.$$

$$[165, 170) \rightarrow \text{Marca de clase} = \frac{165+170}{2} = 167,5$$

$$[170, 175) \rightarrow \text{Marca de clase} = \frac{170+175}{2} = 172,5$$

$$[175, 180) \rightarrow \text{Marca de clase} = \frac{175+180}{2} = 177,5$$

$$[180, 185) \rightarrow \text{Marca de clase} = \frac{180+185}{2} = 182,5$$

$$[185, 190) \rightarrow \text{Marca de clase} = \frac{185+190}{2} = 187,5$$

## 1.7.4 Tarefa 4: Cálculo de frecuencias absolutas e relativas

### Exercicio 4.1 (presencial)

Na seguinte táboa danse as cualificacións de Matemáticas dos 30 alumnos dunha clase de 4º de ESO:

9	8	7	5	4	3	6	7	6	7
2	3	5	6	8	5	4	4	9	10
3	3	5	6	7	7	7	8	3	4

Calcule as frecuencias absolutas e relativas de cada valor da variable.

#### Autoavaliación

Obsérvese que a variable estatística “Cualificacións de Matemáticas dos 30 alumnos desa clase” ten os seguintes valores ou modalidades: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10.

Para calcular a frecuencia absoluta de cada valor non temos máis que contar o número de veces que aparece o dito valor, e para calcular a respectiva frecuencia relativa dividimos a súa frecuencia absoluta entre o número total de datos (individuos). Obsérvese que a frecuencia relativa se pode dar en forma de fracción, en forma de número decimal ou en forma de tanto por cento.

$$f_a(2) = 1 \text{ (número de veces que aparece a nota 2)} \rightarrow f_r(2) = \frac{1}{30} = 0,0333 \rightarrow 3,33\%$$

$$f_a(3) = 5 \text{ (número de veces que aparece a nota 3)} \rightarrow f_r(3) = \frac{5}{30} = 0,1667 \rightarrow 16,67\%$$

$$f_a(4) = 4 \text{ (número de veces que aparece a nota 4)} \rightarrow f_r(4) = \frac{4}{30} = 0,1333 \rightarrow 13,33\%$$

$$f_a(5) = 4 \text{ (número de veces que aparece a nota 5)} \rightarrow f_r(5) = \frac{4}{30} = 0,1333 \rightarrow 13,33\%$$

$$f_a(6) = 4 \text{ (número de veces que aparece a nota 6)} \rightarrow f_r(6) = \frac{4}{30} = 0,1333 \rightarrow 13,33\%$$

$$f_a(7) = 6 \text{ (número de veces que aparece a nota 7)} \rightarrow f_r(7) = \frac{6}{30} = 0,2 \rightarrow 20\%$$

$$f_a(8) = 3 \text{ (número de veces que aparece a nota 8)} \rightarrow f_r(8) = \frac{3}{30} = 0,1 \rightarrow 10\%$$

$$f_a(9) = 2 \text{ (número de veces que aparece a nota 9)} \rightarrow f_r(9) = \frac{2}{30} = 0,0667 \rightarrow 6,67\%$$

$$f_a(10)=1(\text{número de veces que aparece a nota 10}) \rightarrow f_r(10) = \frac{1}{30} = 0,0333 \rightarrow 3,33\%$$

$$\text{Suma de frecuencias absolutas} = 1 + 5 + 4 + 4 + 4 + 6 + 3 + 2 + 1 = 30.$$

Observe que a suma de frecuencias absolutas ten que coincidir co número total de datos.

$$\text{Suma de frecuencias relativas} = \frac{1}{30} + \frac{5}{30} + \frac{4}{30} + \frac{4}{30} + \frac{4}{30} + \frac{6}{30} + \frac{3}{30} + \frac{2}{30} + \frac{1}{30} = \frac{30}{30} = 1$$

A suma das frecuencias relativas ten que ser igual a 1.



## 1.7.5 Tarefa 5: Confección dunha táboa de frecuencia con datos illados (sen agrupar en clases ou intervalos)

### Exercicio 5.1 (presencial)

Confeccionar a táboa de frecuencias das cualificacións de Matemáticas dos 30 alumnos dunha clase de 4º de ESO dadas na seguinte táboa:

9	8	7	5	4	3	6	7	6	7
2	3	5	6	8	5	4	4	9	10
3	3	5	6	7	7	7	8	3	4

### Autoavaliación

A variable estatística “cualificacións de Matemáticas” é de tipo discreto, con nove valores ou modalidades: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10. A táboa de frecuencias será a seguinte:

Modalidades	$n_i$	$n_i$ acumuladas	$f_i$	$f_i$ acumuladas	%
2	1	1	0,0333	0,0333	3,33
3	5	6	0,1667	0,2	16,67
4	4	10	0,1333	0,3333	13,33
5	4	14	0,1333	0,4666	13,33
6	4	18	0,1333	0,5999	13,33
7	6	24	0,2	0,7999	20
8	3	27	0,1	0,8999	10
9	2	29	0,0667	0,9666	6,67
10	1	30	0,0333	0,9999 $\approx$ 1	3,33
	30		1		100

Observe que, dado que traballamos con números decimais aproximados, a suma total das frecuencias relativas non dá exactamente 1, pero si un valor moi próximo (0,9999). O mesmo ocorre coas porcentaxes, que non suman exactamente 100.

## 1.7.6 Tarefa 6: Confección dunha táboa de frecuencia con datos agrupados en clases ou intervalos

### Exercicio 6.1 (presencial)

Confeccionar a táboa de frecuencias das estaturas (expresadas en centímetros) dos 30 alumnos e alumnas dunha clase, dadas na seguinte táboa:

173	168	158	178	185	177
169	182	161	162	173	159
166	180	169	172	164	175
168	177	163	171	181	165
175	171	170	161	170	172

### Autoavaliación

A variable estatística “estaturas dos alumnos” é de tipo continuo, polo que agrupamos os datos en intervalos de clase tal e como se explicou na tarefa 4. A táboa de frecuencias será a seguinte:

Intervalos de clase	Marcas de clase	$n_i$	$n_i$ acumuladas	$f_i$	$f_i$ acumuladas	%
[155 , 160)	157, 5	2	2	0, 0667	0, 0667	6, 67
[160 , 165)	162, 5	5	7	0, 1667	0, 2334	16, 67
[165 , 170)	167, 5	6	13	0, 2	0, 4334	20
[170 , 175)	172, 5	7	20	0, 2333	0, 6667	23, 33
[175 , 180)	177, 5	6	26	0, 2	0, 8667	20
[180 , 185)	182, 5	3	23	0, 1	0, 9667	10
[185 , 190)	187, 5	1	30	0, 0333	1	3, 33
		30		1		100

## 1.7.7 Tarefa 7: Construción dun diagrama de barras

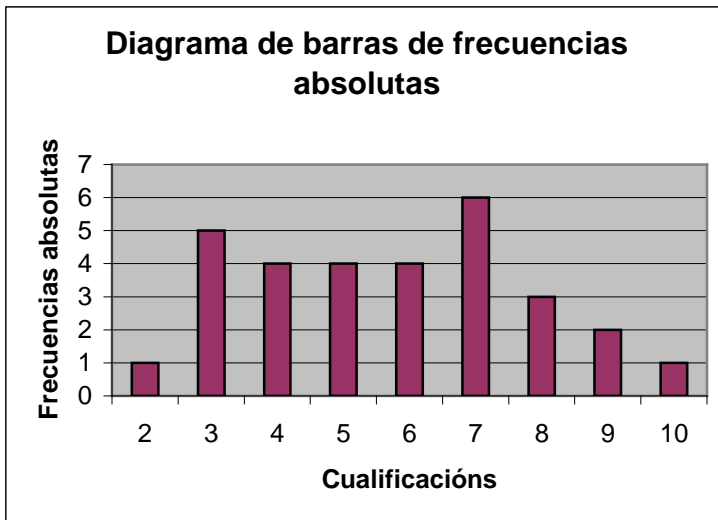
### Exercicio 7.1 (presencial)

Construír un diagrama de barras para a distribución das cualificacións de Matemáticas dos 30 alumnos dunha clase de 4º de ESO dadas na seguinte táboa:

9	8	7	5	4	3	6	7	6	7
2	3	5	6	8	5	4	4	9	10
3	3	5	6	7	7	7	8	3	4

### Autoavaliación

Modalidades	Frecuencias absolutas
2	1
3	5
4	4
5	4
6	4
7	6
8	3
9	2
10	1



## 1.7.8 Tarefa 8: Construción dun diagrama de sectores

### Exercicio 8.1 (presencial)

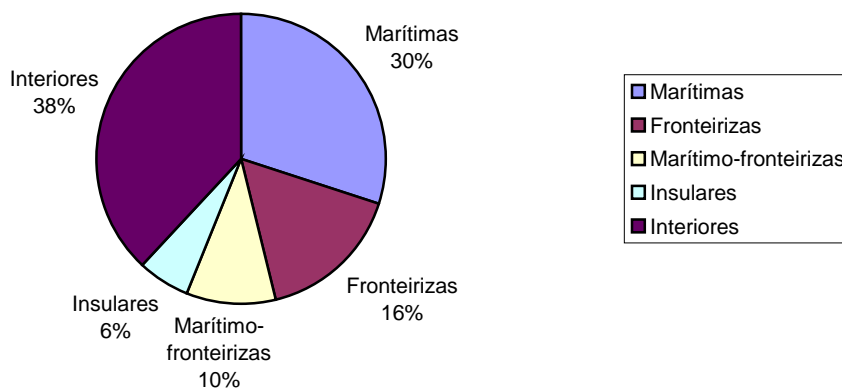
A distribución das provincias españolas pola súa situación xeográfica vén dada na seguinte táboa.

Situación xeográfica	Número de provincias
Marítimas	15
Fronteirizas	8
Marítimo-fronteirizas	5
Insulares	3
Interiores	19

Represente esta distribución por medio dun diagrama de sectores.

Autoavaliación

Situación xeográfica	Número de provincias	Porcentaxe
Marítimas	15	30%
Fronteirizas	8	16%
Marítimo-fronteirizas	5	10%
Insulares	3	6%
Interiores	19	38%
Total	50	100



## 1.7.9 Tarefa 9: Construción dun histograma

### Exercicio 9.1 (presencial)

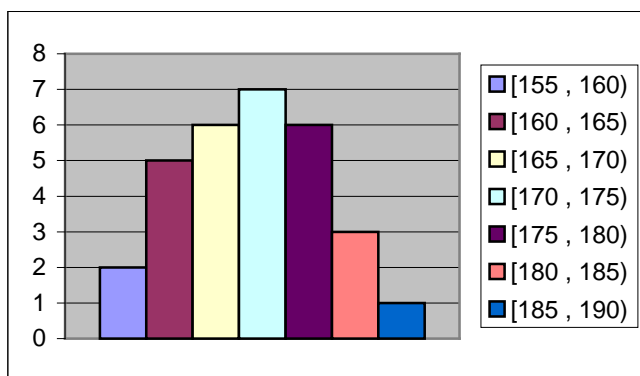
Construír un histograma para a distribución das estaturas dos 30 alumnos e alumnas dunha clase, dadas na seguinte táboa:

173	168	158	178	185	177
169	182	161	162	173	159
166	180	169	172	164	175
168	177	163	171	181	165
175	171	170	161	170	172

### Autoavaliación

A variable estatística “estaturas dos 30 alumnos e alumnas” é de tipo continuo, polo que procedemos a agrupar os datos en intervalos de clase, tal como se explicou na tarefa número 3, co que obtemos a seguinte táboa:

Intervalos de clase	Marcas de clase	Frecuencias absolutas
[155 , 160)	157, 5	2
[160 , 165)	162, 5	5
[165 , 170)	167, 5	6
[170 , 175)	172, 5	7
[175 , 180)	177, 5	6
[180 , 185)	182, 5	3
[185 , 190)	187, 5	1
		30



## 1.7.10 Tarefa 10: Cálculo da media

### Exercicio 10.1 (presencial)

Calcule a media das cualificacións de Matemáticas dos 30 alumnos dunha clase de 4º de ESO dadas na seguinte táboa:

9	8	7	5	4	3	6	7	6	7
2	3	5	6	8	5	4	4	9	10
3	3	5	6	7	7	7	8	3	4

### Autoavaliación

Para que sexa máis doado calcularmos a media, construímos en primeiro lugar a táboa de frecuencias:

Valores da variable ( $x_i$ )	Frecuencias absolutas	Frecuencias relativas ( $f_i$ )
2	1	0,0333
3	5	0,1667
4	4	0,1333
5	4	0,1333
6	4	0,1333
7	6	0,2
8	3	0,1
9	2	0,0667
10	1	0,0333

Aplicando a fórmula da media e substituíndo os valores obtemos:

$$\bar{x} = x_1 \cdot f_1 + x_2 \cdot f_2 + \dots + x_n \cdot f_n = \sum_{i=1}^n x_i \cdot f_i = 2 \cdot 0,0333 + 3 \cdot 0,1667 + 4 \cdot 0,1333 +$$

$$+ 5 \cdot 0,1333 + 6 \cdot 0,1333 + 7 \cdot 0,2 + 8 \cdot 0,1 + 9 \cdot 0,0667 + 10 \cdot 0,0333 = 5,6995$$

Dando o resultado cunha aproximación de décimas a media é 5,7.

Tamén podemos calcular a media sumando os produtos de cada valor da variable multiplicados pola súa frecuencia absoluta e dividindo entre 30, que é o número total de datos:

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 1 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 4 + 5 \cdot 4 + 6 \cdot 4 + 7 \cdot 6 + 8 \cdot 3 + 9 \cdot 2 + 10 \cdot 1}{30} = \frac{171}{30} = 5,7$$

## 1.7.11 Tarefa 11: Cálculo da mediana

### Exercicio 11.1 (presencial)

Calcule a mediana en cada unha das seguintes distribucións:

a) Notas de matemáticas de nove alumnos: 2, 4, 4, 4, 5, 7, 9, 9, 10.

b) Notas de matemáticas de dez alumnos: 2, 4, 4, 4, 5, 7, 9, 9, 9, 10.

c) Estaturas de 30 alumnos e alumnas dunha clase, dadas na seguinte táboa:

173	168	158	178	185	177
169	182	161	162	173	159
166	180	169	172	164	175
168	177	163	171	181	165
175	171	170	161	170	172

### Autoavaliación

a) Notas de matemáticas de nove alumnos: 2, 4, 4, 4, 5, 7, 9, 9, 10.

A mediana  $Me$  é 5 porque é o valor que ten catro datos por debaixo e outros catro por encima del.

b) Notas de matemáticas de dez alumnos: 2, 4, 4, 4, 5, 7, 9, 9, 9, 10.

Observe que neste caso o número de datos é par, polo que hai dous valores centrais: 5 e 7.

A mediana será, xa que logo, a media deses dous valores centrais:  $Me = \frac{5+7}{2} = 6$

c) Estaturas de 30 alumnos e alumnas dunha clase dadas na seguinte táboa:

173	168	158	178	185	177
169	182	161	162	173	159
166	180	169	172	164	175
168	177	163	171	181	165
175	171	170	161	170	172

Neste caso a variable estatística “estaturas de alumnos e alumnas” é de tipo continuo, polo que agruparemos os datos en intervalos de clase e construímos a táboa de frecuencias absolutas e absolutas acumuladas:

Intervalos de clase	Marcas de clase	$n_i$	$n_i$ acumuladas
[155 , 160)	157, 5	2	2
[160 , 165)	162, 5	5	7
[165 , 170)	167, 5	6	13
[170 , 175)	172, 5	7	20
[175 , 180)	177, 5	6	26
[180 , 185)	182, 5	3	23

[185 , 190)	187, 5	1	30
		30	

A metade do número de dados é  $\frac{30}{2} = 15$

Procuramos o intervalo de classe no que a frecuencia absoluta acumulada exceda a metade do número de dados e atopamos que é o intervalo [170 , 175), pois ten de frecuencia absoluta acumulada 20, que é superior a 15.

Tomaremos como mediana  $Me$  a marca de classe do dito intervalo, é decir 172, 5.



## 1.7.12 Tarefa 12: Cálculo da moda

### Exercicio 12.1 (presencial)

Calcule a moda en cada unha das seguintes distribucións:

- a) Notas de matemáticas de nove alumnos: 2, 4, 4, 4, 5, 7, 9, 9, 10.
- b) Notas de matemáticas de dez alumnos: 2, 4, 4, 4, 5, 7, 9, 9, 9, 10.
- c) Estaturas de 30 alumnos e alumnas dunha clase dadas na seguinte táboa:

173	168	158	178	185	177
169	182	161	162	173	159
166	180	169	172	164	175
168	177	163	171	181	165
175	171	170	161	170	172

### Autoavaliación

- a) Notas de matemáticas de nove alumnos: 2, 4, 4, 4, 5, 7, 9, 9, 10.

A moda  $Mo$  desta distribución é 4, pois é o valor que ten maior frecuencia absoluta, é dicir o que se repite máis veces (tres veces).

- b) Notas de matemáticas de dez alumnos: 2, 4, 4, 4, 5, 7, 9, 9, 9, 10.

Observe que nesta distribución hai dous valores (4 e 9) que teñen a maior frecuencia absoluta (3); esta distribución ten, por tanto, dúas modas, que son o 4 e o 9. Dise que é unha distribución bimodal.

- c) Estaturas de 30 alumnos e alumnas dunha clase dadas na seguinte táboa:

173	168	158	178	185	177
169	182	161	162	173	159
166	180	169	172	164	175
168	177	163	171	181	165
175	171	170	161	170	172

Neste caso a variable estatística “estaturas de alumnos e alumnas” é de tipo continuo, polo que agruparemos os datos en intervalos de clase como se mostra na seguinte táboa:

Intervalos de clase	Marcas de clase	Frecuencias absolutas
[155, 160)	157,5	2
[160, 165)	162,5	5
[165, 170)	167,5	6
[170, 175)	172,5	7
[175, 180)	177,5	6
[180, 185)	182,5	3
[185, 190)	187,5	1
		30

O intervalo modal é [170, 175), porque é o de maior frecuencia absoluta.

Tomaremos como moda  $Mo$  a marca de clase do dito intervalo, é dicir 172,5.

## 1.7.13 Tarefa 13: Cálculo dos parámetros de dispersión

### Exercicio 13.1 (presencial)

Calcule os parámetros de dispersión das cualificacións de matemáticas de 30 alumnos e alumnas dunha clase de 4º de ESO dadas na seguinte táboa:

9	8	7	5	4	3	6	7	6	7
2	3	5	6	8	5	4	4	9	10
3	3	5	6	7	7	7	8	3	4

### Autoavaliación

Para calcular as medidas de dispersión cómpre coñecermos en primeiro lugar a media. O cálculo da media desta distribución xa o fixemos na tarefa número 10 e obtivemos:

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 1 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 4 + 5 \cdot 4 + 6 \cdot 4 + 7 \cdot 6 + 8 \cdot 3 + 9 \cdot 2 + 10 \cdot 1}{30} = \frac{171}{30} = 5,7$$

Para facilitar os cálculos dos parámetros de dispersión facemos unha táboa como a seguinte:

Valores (xi)	Frecuencias absolutas	Frecuencias relativas (fi)	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i$
2	1	0,0333	-3,7	0,4559
3	5	0,1667	-2,7	1,2115
4	4	0,1333	-1,7	0,3852
5	4	0,1333	-0,7	0,0653
6	4	0,1333	0,3	0,0120
7	6	0,2	1,3	0,3380
8	3	0,1	2,3	0,5290
9	2	0,0667	3,3	0,7264
10	1	0,0333	4,3	0,6157
	30	1		

As medidas de dispersión son as seguintes:

1. Rango ou percorrido: é a diferenza entre o maior e o menor valor da variable, é dicir:  $10 - 2 = 8$

2. Desviacións á media: son as diferenzas entre cada valor da variable e a media; estes valores son os que figuran na columna amarela (penúltima columna) da táboa.

3. Varianza:

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i = \text{suma de todos os valores da columna azul (derradeira) da táboa}$$

$$= 0,4559 + 1,2115 + 0,3852 + 0,0653 + 0,0120 + 0,3380 + 0,5290 + 0,7264 + 0,6157 = 4,339$$

4. Desviación típica:

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i} = \sqrt{4,339} = 2,08$$

## 1.7.14 Tarefa 14: Realización dun estudo estatístico completo: construción da táboa de frecuencias, representación gráfica e cálculo dos parámetros

### Exercicio 14.1 (a distancia)

A distribución por idades de 46 alumnos e alumnas dunha clase vén dada pola seguinte táboa:

Idade	13	14	15	16	17
Número de alumnos/as	1	24	16	4	1

Realice un estudo estatístico completo: cálculo das frecuencias absolutas e relativas, e dos parámetros estatísticos, e representación da distribución nun diagrama de barras e nun diagrama de sectores.

#### Autoavaliación

Para facilitar os cálculos dos parámetros construímos a seguinte táboa, onde xa quedarán reflectidas as frecuencias de cada valor da variable “idade”

valores da variable( $x_i$ )	frecuencias absolutas	frecuencias relativas ( $f_i$ )	%	$x_i \cdot f_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i$
13	1	0,0217	2,17	0,2826	-1,46	0,0463
14	24	0,5217	52,17	7,3038	-0,46	0,1104
15	16	0,3478	34,78	5,2170	0,54	0,1014
16	4	0,0870	8,70	1,2920	1,54	0,2063
17	1	0,0217	2,17	0,3689	2,54	0,1400
	46	0,9999 $\approx$ 1	100			

**Media:**  $\bar{x} = x_1 \cdot f_1 + x_2 \cdot f_2 + \dots + x_n \cdot f_n = \sum_{i=1}^n x_i \cdot f_i =$  suma dos números da columna amarela (antepenúltima) = 14, 46 anos

**Moda:** 14 anos , pois é a idade de maior frecuencia.

**Mediana:** 14 anos, xa que é a media dos dous valores que deixan a metade dos datos antes e a metade despois, ordenadas as idades de menor a maior 13, 14,14,14,14, 14,14,14,14, 14,14,14,14, 14,14,14,14, 14,14,14,14, 14,14,14,14, 15,15,15,15, 15,15,15,15, 15,15,15,15, 15,15,15,15, 16,16,16,16, 17.

**Rango ou percorrido:** é a diferenza entre o maior e o menor valor da variable, é dicir: 17 – 13 = 4 anos.

**Desviacións á media:** son as diferenzas entre cada valor da variable e a media; estes valores son os que figuran na columna azul (penúltima) da táboa.

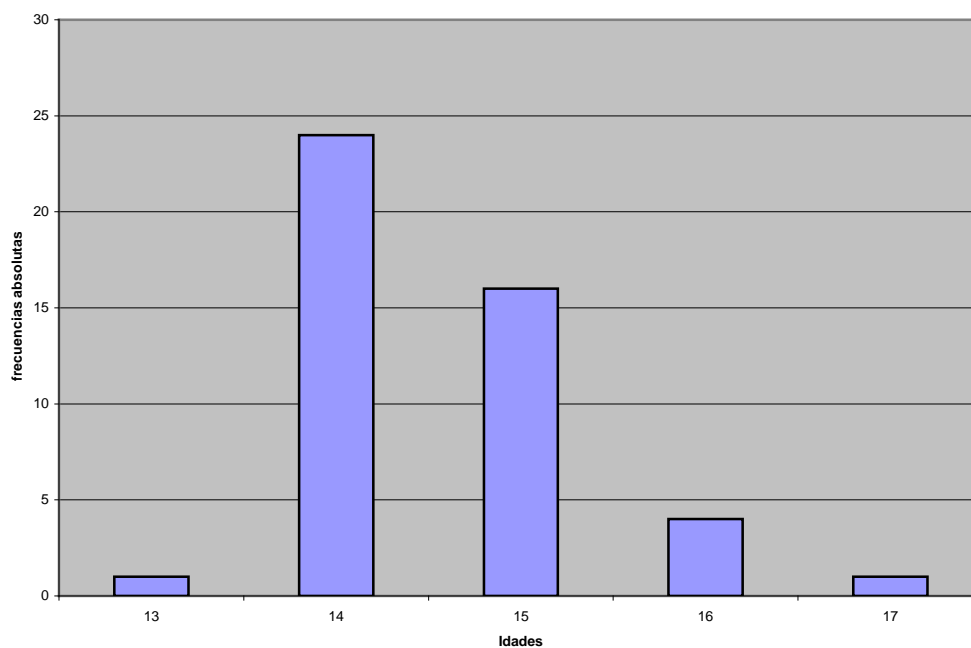
**Varianza:**

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i = \text{suma dos números da columna verde (derradeira columna)} = 0,6044$$

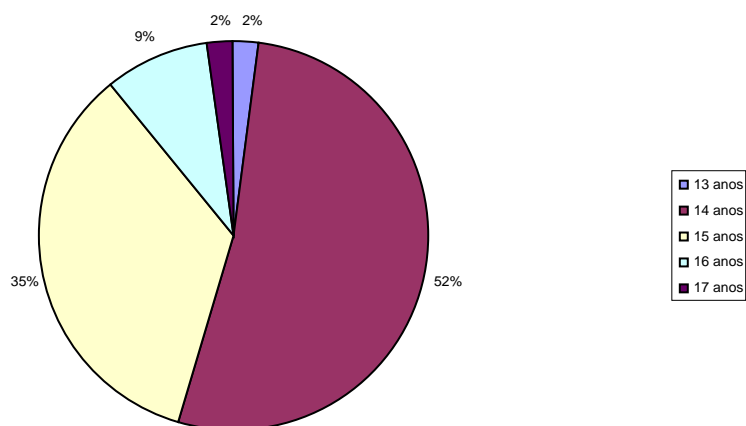
**Desviación típica:**

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i} = \sqrt{0,6044} = 0,7774$$

**Diagrama de barras de frecuencias absolutas**



**Diagrama de sectores**



### Exercicio 14.2 (a distancia)

As idades dos alumnos dunha clase figuran na seguinte táboa:

Idade	Número de alumnos
13	4
14	13
15	7
16	1

Calcular a media, a moda e a mediana. Representar nun diagrama de barras esta distribución

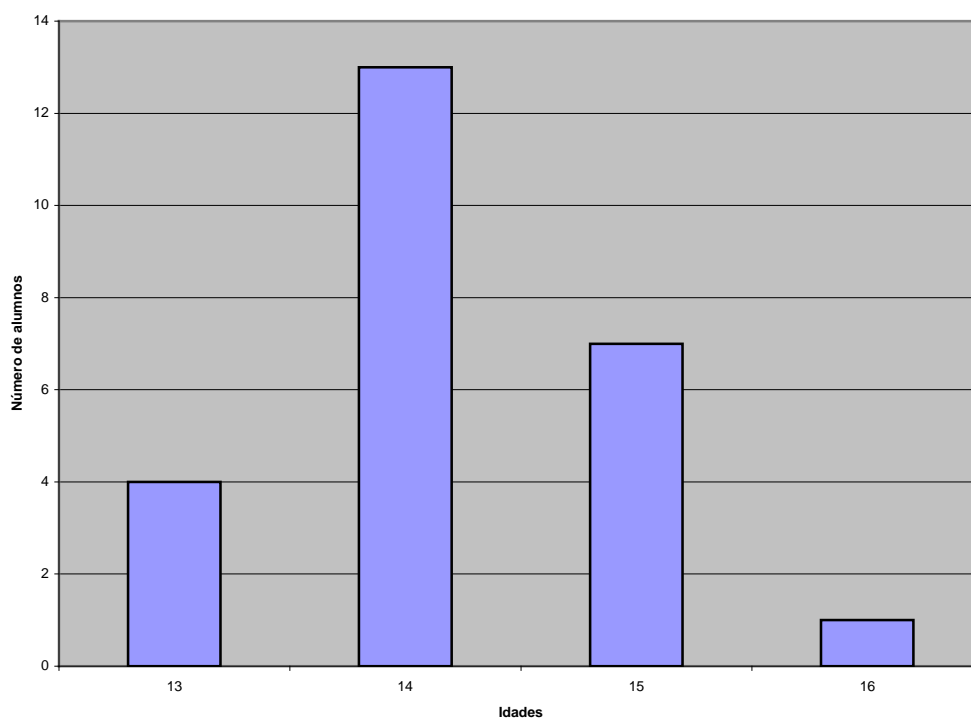
### Autoavaliación

**Media:**  $\bar{x} = x_1 \cdot f_1 + x_2 \cdot f_2 + \dots + x_n \cdot f_n = \sum_{i=1}^n x_i \cdot f_i =$   
 $= 13 \cdot \frac{4}{25} + 14 \cdot \frac{13}{25} + 15 \cdot \frac{7}{25} + 16 \cdot \frac{1}{25} = \frac{52 + 182 + 105 + 16}{25} = \frac{355}{25} = 14,2$  anos.

**Moda:** é o valor máis repetido, é dicir o que ten maior frecuencia absoluta:  $Mo=14$  anos.

**Mediana:** temos 25 datos (idades); se ordenamos estes datos de menor a maior a mediana é o valor central: neste caso  $Me = 14$  anos, pois é a idade que deixa 12 datos á súa esquerda e outros 12 á súa dereita.

**Diagrama de barras:**



## 1.7.15 Tarefa 15: Interpretación conxunta da media e da desviación típica.

### Exercicio 15.1 (presencial)

Calculáronse as medias e as desviacións típicas das cualificacións de Matemáticas de dous grupos de alumnos e obtivéronse os seguintes resultados:

$$\text{Grupo A: } \bar{x} = 5 \text{ e } \sigma = 1$$

$$\text{Grupo B: } \bar{x} = 5 \text{ e } \sigma = 4$$

Interprete os resultados.

### Autoavaliación

Os dous grupos teñen a mesma nota media, que é un 5.

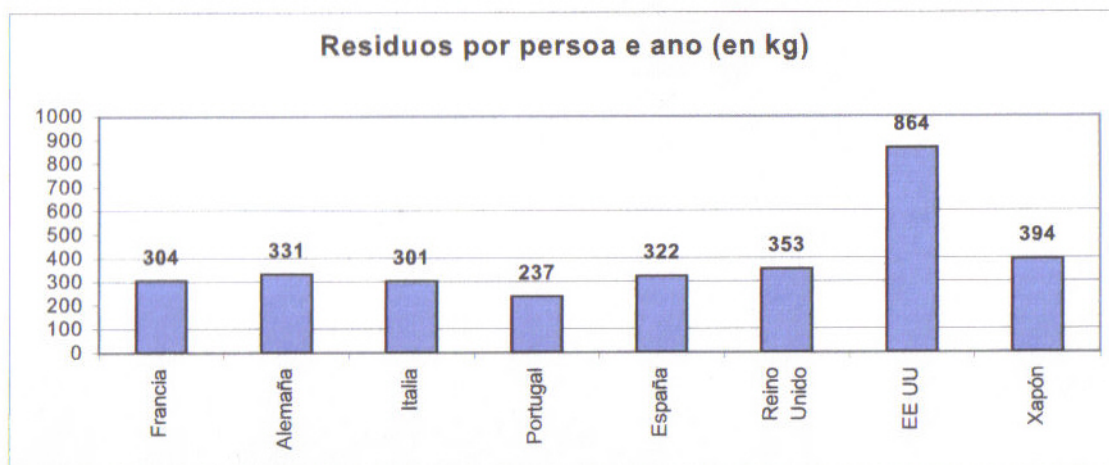
No grupo A, a desviación típica é pequena, o que quere dicir que as notas estarán moi concentradas entornó á media; é dicir, haberá poucos alumnos con notas moi altas (9 e 10), pero tamén poucos con notas moi baixas (0, 1 ou 2). É un grupo moi regular, onde aproban bastante alumnos, pero sen que os haxa moi destacados, nin tampouco moi malos.

No grupo B, a desviación típica é grande, o que quere dicir que as notas se desvían moito da media, é dicir que hai alumnos con moi boa nota, pero tamén haberá outros con nota moi baixa. É un grupo moi irregular canto ás cualificacións.

## 1.7.16 Tarefa 16: Interpretación dun gráfico estatístico

### Exercicio 16.1 (presencial)

O seguinte gráfico amosa os quilogramos de residuos producidos por cada persoa e ano en varios países do mundo.



Na seguinte táboa amósase o que se fixo co lixo en España no mesmo ano:

Incineración sen recuperación de enerxía	1%
Incineración con recuperación de enerxía	3%
Compostaxe	12%
Vertido controlado	59%
Vertido incontrolado	25%

Responder ás seguintes cuestións:

- Sabemos que no ano ao que están referidos os datos a poboación de España era de 39.000.000 habitantes, a de Portugal de 9.884.000 habitantes e a dos EEUU de 263.000.000 habitantes. Cantas toneladas de lixo se produciron en España nese ano? Cantas en Portugal? Cantas nos EEUU?
- Cantas toneladas de lixo se incineraron en España sen recuperación de enerxía nese ano?
- Nese ano en España consumíronse cinco millóns de toneladas de papel. Dous quintos desa cantidade foron reciclados. Cantas toneladas se reciclaron?
- Debuxar un diagrama de sectores que represente o que se fixo co lixo durante ese ano en España.

### Autoavaliación

- Multiplicamos o número de habitantes de cada estado polos quilogramos de residuos que produce cada persoa e que veñen indicados no diagrama de barras; expresamos o resultado en toneladas dividindo os quilogramos entre 1.000 (lembre que  $1\text{ t} = 1.000\text{ kg}$ ).



En España:  $39.000.000 \text{ hab.} \times 322 \frac{\text{kg}}{\text{hab.}} = 12.558.000.000 \text{ kg} = 12.558.000 \text{ t}$

En Portugal:  $9.884.000 \text{ hab.} \times 237 \frac{\text{kg}}{\text{hab.}} = 2.342.508.000 \text{ kg} = 2.342.508 \text{ t}$

Nos EEUU:  $263.000.000 \text{ hab.} \times 864 \frac{\text{kg}}{\text{hab.}} = 227.232.000.000 \text{ kg} = 227.232.000 \text{ t}$

b) Na táboa onde se amosa o que se fixo co lixo en España vemos que se incinerou sen recuperación de enerxía o 1% do total do lixo producido; é dicir, o 1% de  $12.558.000 = 125.580 \text{ t}$

c) Recicláronse  $\frac{2}{5}$  de  $5.000.000 = \frac{2 \times 5.000.000}{5} = \frac{10.000.000}{5} = 2.000.000 \text{ t}$

d) Diagrama de sectores:

**Destino do lixo en España nun determinado ano**

