Dirección Xeral de Formación Profesional e Ensinanzas Especiais

Material para a preparación de probas a distancia

Grao	Medio
Proba	Científico-tecnolóxica
Parte da proba	Matemáticas
Unidade didáctica	Nº 04. Figuras planas. Perímetros e áreas
Actividade	Nº 03. Áreas de figuras planas.
Autores	Grupo de traballo de desenvolvemento de material para a preparación das probas de acceso
Nome do arquivo	UD04_A03_áreas.RTF

Índice

1. Ficha técnica

1.1 Título e descrición

- Título: Áreas de figuras planas.
- Descrición: cálculo da área de distintas figuras: polígonos, circunferencias e figuras compostas.
- Nome do arquivo da actividade: UD04_A03_áreas.rtf

1.2 Obxectivos

- Estimar a medida das áreas de figuras cunha precisión acorde coa regularidade das súas formas e co seu tamaño.
- Calcular áreas de figuras planas limitadas por segmentos e arcos de circunferencia.

1.3 Contidos

- Áreas de triángulos, cuadriláteros, polígonos regulares e polígonos irregulares sinxelos.
- Áreas de figuras compostas

1.4 Aspectos metodolóxicos

- Temporalización

1.5 Descrición do que se vai aprender

Preténdese neste tema que o alumno aprenda o cálculo da superficie limitada por unha liña pechada (área), empezando por figuras sinxelas para, gradualmente, ampliar o cálculo a outras figuras máis complexas, formadas por mesturas de polígonos e fragmentos de circunferencias.

2. Descrición da actividade

1.5.1 Introdución

Queremos calcular nesta actividade áreas de polígonos e outras figuras. Corresponde entón darmos as definicións e as expresións básicas para procedermos a este cálculo. Centrarémonos primeiramente nos triángulos e nos paralelogramos (polígonos de catro lados que son paralelos dous a dous).

Chamámoslle base dun triángulo a calquera dos seus lados (normalmente o horizontal que se atope na parte inferior), e altura á liña que, trazada desde o vértice oposto á base, é perpendicular á liña desta. A área dun triángulo vén dada pola expresión:

$$Área = \frac{base \cdot altura}{2}$$

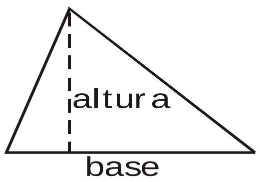
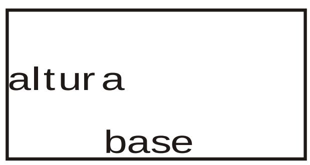
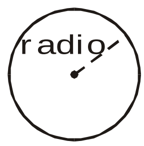
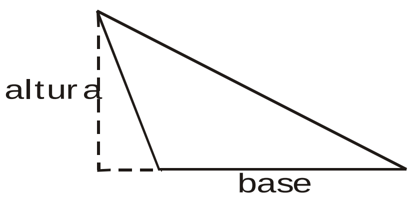
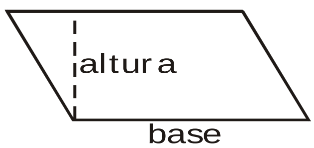
Cando falamos de paralelogramos, a base é un dos lados (normalmente o horizontal que se atope na parte inferior), e altura a distancia entre os dous lados paralelos, dos que un deles é a base. A área dun paralelogramo vén dada pola expresión:

$$Área = base \cdot altura$$

Outra figura da que debemos coñecer a expresión que nos dá a súa área é o círculo, e vén dada por:

$$Área = \pi \cdot radio^2$$

Cómpre facermos unha pequena aclaración relativa a esta última figura, xa que alguén se pode preguntar: pero... isto non é unha circunferencia? En realidade, circunferencia e círculo son dúas expresións que se refiren á mesma figura, pero indican obxectos distintos: circunferencia é a liña, o borde, e círculo é a superficie pechada dentro dunha circunferencia. De todos os xeitos, o que agora nos importa é saber obtermos a área, o mesmo que na actividade anterior procurabamos o valor da lonxitude.

 $Área = \frac{base \cdot altura}{2}$	 $Área = base \cdot altura$	 $Área = \pi \cdot radio^2$
		

$Área = \frac{base \cdot altura}{2}$	$Área = base \cdot altura$

Tarefa 1: Cálculo de áreas de triángulos, paralelogramos e circunferencias, ou fragmentos destes.

Se o exercicio que se nos formula inclúe figuras distintas das dos tipos anteriores, o noso obxectivo será descompola noutras que si que o sexan das mencionadas anteriormente: calcular as súas áreas e despois sumalas.

Tarefa 2: Cálculo de áreas de polígonos regulares e distintas figuras compostas.

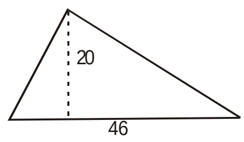
1.6 Tarefas

- Tarefa 1: Cálculo de áreas de triángulos, paralelogramos e circunferencias, ou fragmentos destas. Propóñense distintas figuras dos tipos anteriormente descritos, das que se proporcionan datos suficientes para tratar de obter a súa área.
- Tarefa 2: Cálculo de áreas de distintas figuras compostas. Propóñense figuras de distinta complexidade limitadas por segmentos, das que se dan datos suficientes, e pídese o cálculo da súa área.

1.6.1 Tarefa 1: Cálculo de áreas de triángulos, paralelogramos e circunferencias, ou fragmentos destas

Exercicio 1 (exemplo)

Calcula a área do triángulo da figura (as medidas veñen dadas en metros).



Solución

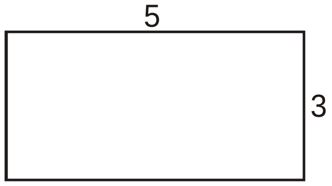
Tendo en conta que a base é de 46 m e a altura de 20 m, aplicando a expresión que nos dá a área do triángulo obtemos:

$$A = \frac{base \cdot altura}{2} = \frac{46 \cdot 20}{2}$$
$$A = 460$$

O resultado é que o triángulo ten unha área de 460 m^2.

Exercicio 2 (exemplo)

Calcule a área do paralelogramo da figura seguinte (as medidas veñen dadas en decímetros).



Solución

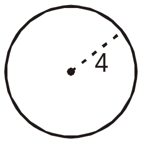
Para calcularmos a área dun paralelogramo temos unha expresión definida; aplicámola agora sabéndomos que a base vale cinco (os dous lados horizontais son iguais) e a altura vale tres.

$$A = base \cdot altura = 5 \cdot 3$$
$$P = 15$$

O valor da área é de 15 dm^2.

Exercicio 3 (exemplo)

Calcule a área do círculo de raio 4 cm.



Autoavaliación

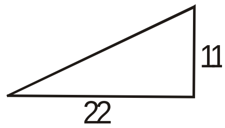
Só cómpre aplicarmos a expresión que nos dá o valor pedido:

$$A = \pi \cdot radio^2 = \pi \cdot 4^2 = 3'14 \cdot 16$$
$$A = 50'24$$

A solución é 50’24 cm^2.

Exercicio 4 (a distancia)

Calcule a área do triángulo da figura, onde as medidas veñen dadas en metros.



Autoavaliación

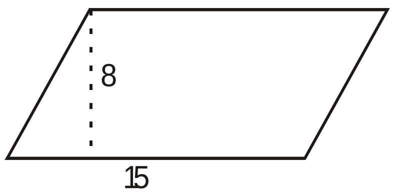
Tendo en conta que a base vale 22 m e a altura 11 m (neste triángulo coincide cun dos lados porque pasa polo vértice oposto á base e é perpendicular a esta, como definiamos na introdución), aplicando a expresión que nos dá a área do triángulo obtemos:

$$A = \frac{base \cdot altura}{2} = \frac{22 \cdot 11}{2}$$
$$A = 121$$

O resultado é que o triángulo ten unha área de 121 m^2.

Exercicio 5 (a distancia)

Calcule a área do paralelogramo da figura seguinte (as medidas veñen dadas en centímetros).



Solución

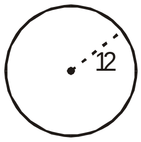
Se a base é 15 cm e a altura 8 cm, a área será.

$$A = base \cdot altura = 15 \cdot 8$$
$$P = 120$$

O valor da área é de 120 cm^2.

Exercicio 6 (a distancia)

Calcule a área do círculo de raio 12 dm.



Autoavaliación

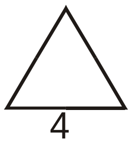
Só cómpre aplicarmos a expresión que nos dá o valor pedido:

$$A = \pi \cdot radio^2 = \pi \cdot 12^2 = 3'14 \cdot 144$$
$$A = 452'16$$

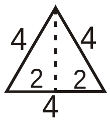
A solución é 452’16 dm^2.

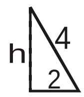
Exercicio 7 (a distancia)

Calcule a área do triángulo equilátero da figura, onde as medidas veñen dadas en centímetros.



Autoavaliación





Por ser un triángulo equilátero, a altura divide base en dous triángulos rectángulos iguais. A altura de calquera deles será igual á altura do triángulo inicial. Esta altura obtémola aplicando o teorema de Pitágoras (lembremos que só se podía aplicar en triángulos rectángulos).

$$h^2 = 4^2 - 2^2 = 16 - 4 = 12$$
$$h = \sqrt{12} = 3'46$$

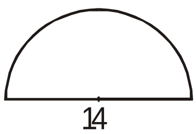
Temos, entón, un triángulo (o equilátero inicial) no que a base é 4 e a altura 3’46. Aplicando a expresión que nos dá a área do triángulo obtemos:

$$A = \frac{base \cdot altura}{2} = \frac{4 \cdot 3'46}{2}$$
$$A = 6'92$$

O resultado é que o triángulo ten unha área de 6’92 cm^2.

Exercicio 8 (a distancia)

Calcule a área do semicírculo da figura que segue, onde o raio está dado en decímetros.



Autoavaliación

Calcularemos primeiro a área do círculo e despois a metade.

Aplicamos a expresión que nos dá a área do círculo, sabendo que o raio é 7 dm (a metade do diámetro, que vale 14 dm)

$$A_{círculo} = \pi \cdot radio^2 = \pi \cdot 7^2 = 3'14 \cdot 49$$
$$A_{círculo} = 153'86$$

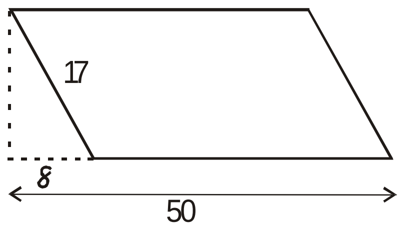
A área do círculo é de 153’86 dm^2 e, por tanto, a do semicírculo é a metade:

$$A_{semicírculo} = \frac{153'86}{2}$$
$$A_{semicírculo} = 76'93$$

A solución é 76’93 dm^2.

Exercicio 9 (a distancia)

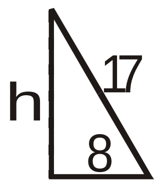
Calcule a área do paralelogramo da figura seguinte, onde as medidas están dadas en metros.



Solución

A base obtense restándolle a 50 m a cantidade de 8 m, que corresponde a esa liña de puntos que non pertence á base; xa que logo, o valor da base é 42 m.

Para calcularmos a altura consideramos o triángulo rectángulo da esquerda do paralelogramo que aparece na figura da dereita deste parágrafo. Utilizamos o teorema de Pitágoras:



$$h^2 = 17^2 - 8^2 = 289 - 64 = 225$$
$$h = \sqrt{225} = 15$$

Por tanto, a altura do paralelogramo é de 15 m.

Calculamos agora a área:

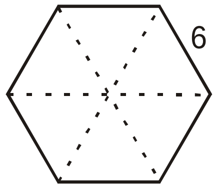
$$A = base \cdot altura = 42 \cdot 15$$
$$P = 630$$

O valor da área é de 630 m.

1.6.2 Tarefa 2: Cálculo de áreas de polígonos regulares e distintas figuras compostas

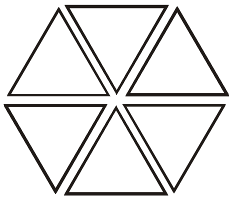
Exercicio 1 (exemplo)

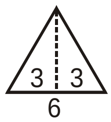
Sabendo que un hexágono regular se pode descompor en seis triángulos equiláteros, calcule a área dun hexágono regular de raio 6 m.

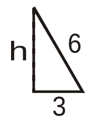


Solución

Consiste en calcular a área de cada triángulo e despois sumalas.







Calculamos a altura do triángulo equilátero, tendo presente o exercicio 7 da tarefa 1.

$$h^2 = 6^2 - 3^2 = 36 - 9 = 27$$
$$h = \sqrt{27} = 5'20$$

Sabéndomos que a base de cada triángulo é 6 e a altura 5’20 m, segundo acabamos de calcular, a área de cada triángulo será:

$$A_{triángulo} = \frac{base \cdot altura}{2} = \frac{6 \cdot 5'20}{2}$$
$$A_{triángulo} = 15'60$$

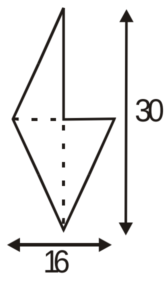
Xa que logo, a área do hexágono calculámola multiplicando a de cada triángulo por seis:

$$A_{exágono} = 6 \cdot 15'60$$
$$A_{exágono} = 93'60$$

A área buscada é de 93’60 m^2.

Exercicio 2 (exemplo)

Calcule a área da figura que aparece deseguido, onde as medidas veñen dadas en centímetros.



Autoavaliación

A figura está formada por tres triángulos rectángulos de lados 15 cm e 8 cm (a metade de cada unha das diagonais).

A área de cada triángulo calcúlase polo procedemento habitual

$$A_{triángulo} = \frac{base \cdot altura}{2} = \frac{8 \cdot 15}{2}$$

$$A_{triángulo} = 60$$

Ao seren os tres triángulo iguais, a área da figura obtense multiplicando a do triángulo por tres:

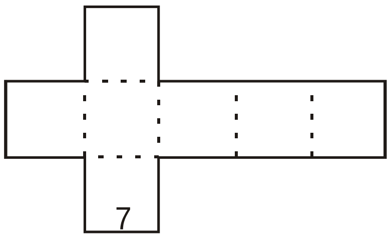
$$A_{figura} = 3 \cdot 60$$

$$A_{figura} = 180$$

A área da figura é 180 cm^2.

Exercicio 3 (a distancia)

Calcule a área da figura que segue, onde as medidas están en centímetros.



Autoavaliación

A figura está formada por sete cadrados de lado 7 cm.

Cada cadrado é un paralelogramo no que a base e a altura coinciden en valor e, xa que logo, a área de cada cadrado é:

$$A_{cadrado} = base \cdot altura = lado \cdot lado = lado^2 = 7^2$$

$$A_{cadrado} = 49$$

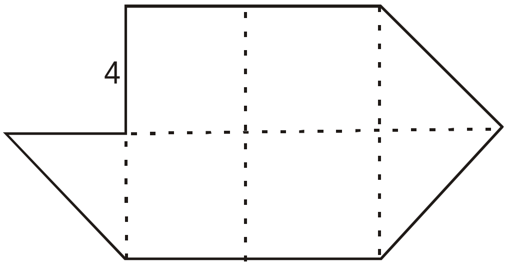
Como xa coñecemos a área de cada cadrado, obtemos a área total da figura multiplicando a área de cada cadrado (49 cm^2) polo número de cadrados que a compoñen (7):

$$A_{figura} = 7 \cdot 49$$
$$A_{figura} = 343$$

O valor da área é 343 cm^2.

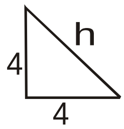
Exercicio 4 (presencial)

Calcule a área da figura que segue, onde as medidas veñen dadas en decímetros.



Autoavaliación

A figura está formada por catro cadrados de lado 4 dm e tres triángulos rectángulos.



A área de cada cadrado obtense facendo:

$$A_{cadrado} = lado^2 = 4^2$$
$$A_{cadrado} = 16$$

Cada un dos triángulos rectángulos ten base 4 dm e altura tamén 4 dm; por conseguinte, a área de cada triángulo será:

$$A_{triángulo} = \frac{base \cdot altura}{2} = \frac{4 \cdot 4}{2}$$
$$A_{triángulo} = 8$$

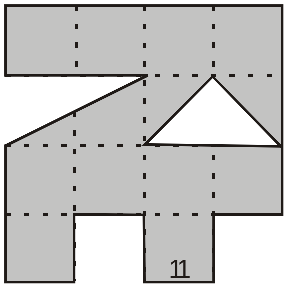
Obtemos a área da figura:

$$A_{figura} = 4 \cdot 16 + 3 \cdot 8$$
$$A_{figura} = 88$$

O resultado é, entón, 88 dm^2.

Exercicio 5 (presencial)

Calcule a área da parte sombreada da figura que segue, na que o valor do lado dos cadrados pequenos é de 11 m.



Autoavaliación

A figura consta de dez cadrados de lado 11 m, un triángulo rectángulo de catetos 22 m e 11 m, e dous triángulo rectángulos de catetos de 11 m.

Calculamos a área de cada cadrado:

$$A_{cadrado} = lado^2 = 11^2$$
$$A_{cadrado} = 121$$

Calculamos agora a área do triángulo rectángulo (a base é 22 e a altura 11):

$$A_{triángulo\ grande} = \frac{base \cdot altura}{2} = \frac{22 \cdot 11}{2}$$
$$A_{triángulo\ grande} = 121$$

Calculamos deseguido a área do triángulo rectángulo pequeno:

$$A_{triángulo\ pequeno} = \frac{base \cdot altura}{2} = \frac{11 \cdot 11}{2}$$
$$A_{triángulo\ pequeno} = 60'5$$

A área da figura será, entón:

$$A_{figura} = 10 \cdot 121 + 121 + 2 \cdot 60'5$$
$$A_{figura} = 1.452$$

A solución é 1.452 m^2.