

**Dirección Xeral de Formación Profesional e
Ensinanzas Especiais**

Material para a preparación de probas a distancia

Grao	Medio
Proba	Científico-tecnolóxica
Parte da proba	Ex. Matemáticas
Unidade didáctica	3. Ecuacións e sistemas
Actividade	3. Ecuacións de segundo grao
Autores	Grupo de traballo de desenvolvemento de material para a preparación das probas de acceso
Nome do arquivo	UD03A03_ecuacións_segundo_grao.RTF

Índice

1.	Ficha técnica.....	4
	1.1 Título e descripción.....	4
	1.2 Obxectivos.....	4
	1.3 Contidos 4	
	1.4 Aspectos metodolóxicos	4
	1.5 Descripción do que se vai aprender.....	4
2.	Descrición da actividade	5
	1.6 Introducción.....	5
	Tipo 1. Ecuacións onde $c = 0$	5
	Tipo 2. Ecuacións onde $b = 0$	5
	Tipo 3. Ecuacións onde $a \neq 0$, $b \neq 0$ e $c \neq 0$	6
	Tipo 4. Ecuacións onde $b = 0$ e $c = 0$	6
	Tipo 5. Ecuacións onde $a = 0$	6
	1.7 Tarefas 7	
	1.7.1 Tarefa 1.....	7
	Eercicio 1.1 (a distancia)	7
	Autoavaliación	7
	Eercicio 1.2 (a distancia)	7
	Autoavaliación	7
	Eercicio 1.3 (a distancia)	7
	Autoavaliación	7
	Eercicio 1.4 (a distancia)	8
	Autoavaliación	8
	1.7.2 Tarefa 2.....	8
	Eercicio 2.1 (a distancia)	8
	Autoavaliación	8
	Eercicio 2.2 (a distancia)	8
	Autoavaliación	8
	Eercicio 2.3 (a distancia)	9
	Autoavaliación	9
	Eercicio 2.4 (a distancia)	9
	Autoavaliación	9
	1.7.3 Tarefa 3.....	9
	Eercicio 3.1 (a distancia)	9
	Autoavaliación	9
	Eercicio 3.2 (a distancia)	10
	Autoavaliación	10
	Eercicio 3.3 (a distancia)	11
	Autoavaliación	11
	Eercicio 3.4 (a distancia)	11
	Autoavaliación	11
	Eercicio 3.5 (a distancia)	12
	Autoavaliación	12
	Eercicio 3.6 (a distancia)	12
	Autoavaliación	12
	Eercicio 3.7 (a distancia)	13

1. Ficha técnica

1.1 Título e descrición

- Título: Ecuacións de segundo grao
- Descrición: nesta unidade aprenderase a resolver ecuacións de segundo grao con dúas incógnitas.
- Nome do arquivo: UD03A03_sistemas_ecuacions_primeiro_grao.RTF

1.2 Obxectivos

- Comprender e producir mensaxes orais e escritas utilizando os termos matemáticos con precisión.
- Resolver ecuacións de segundo grao para as que se precise o seguinte: utilización das catro operacións, potencias e raíces, con números enteiros, decimais, fraccionarios e reais.

1.3 Contidos

- Ecuacións de segundo grao.

1.4 Aspectos metodolóxicos

- Actividade de aprendizaxe a distancia, escrita e individual,
- Recursos: non se utilizarán recursos alleos; serve como texto de apoio ou complementario calquera texto dos cursos de ESO.

1.5 Descrición do que se vai aprender

O que se aprenderá nesta actividade é a resolución de ecuacións de segundo grao cunha incógnita. Utilizaranse técnicas de cálculo onde cumprirá utilizar todos os recursos operacionais. As ecuacións de segundo grao serven para resolver problemas que están presentes na natureza, como poden ser os relacionados coa caída dos corpos ou co lanzamento de corpos cara a arriba, as antenas parabólicas, os focos de luz, os telescopios e multitude de obxectos usuais que teñen relación coa resolución das ecuacións de segundo grao.

2. Descrición da actividade

1.6 Introducción

Unha ecuación de segundo grao cunha incógnita é unha ecuación onde o maior expoñente da incógnita é 2; en xeral, son deste tipo:

$$ax^2 + bx + c = 0.$$

Os tres termos que aparecen nunha ecuación de segundo grao son:

Termo cuadrático ou en x^2 : ax^2 ; sempre traballaremos con $a > 0$, a positiva.

Termo en x : bx .

Termo independente: c .

Tipo 1. Ecuacións onde $c = 0$

Estamos nunha ecuación de segundo grao incompleta, por faltarlle o termo independente, $ax^2 + bx + 0 = 0$, da que resulta $ax^2 + bx = 0$

Para a resolver:

$$ax^2 + bx = 0 \quad \text{Quitamos factor común } x \text{ dos dous sumandos.}$$

$$x(ax + b) = 0 \quad \text{Para que un produto sexa cero ten que selo algún dos seus factores.}$$

$$x = 0 \quad \text{Unha solución xa é } x = 0. \text{ A outra conséguese despexando } x \text{ na ecuación de primeiro grao resultante.}$$

$$ax + b = 0$$

$$x = \frac{-b}{a} \quad \text{En total, dúas solucións } x = 0 \text{ e } x = \frac{-b}{a}.$$



Os exercicios correspondentes ao tipo 1 pertencen á tarefa 1.

Tipo 2. Ecuacións onde $b = 0$

Estamos nunha ecuación de segundo grao incompleta, por faltarlle o termo en x , $ax^2 + 0x + c = 0$, que resultaría $ax^2 + c = 0$.

Para a resolver:

$$ax^2 + c = 0 \quad \text{Despexamos } x^2.$$

$$x^2 = \frac{-c}{a} \quad \text{Para que teña sentido, } \frac{-c}{a} \text{ terá que ser positivo.}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}} \quad \text{Obtemos dúas solucións, a raíz positiva e a raíz negativa.}$$



Os exercicios correspondentes ao tipo 2 pertencen á tarefa 2.

Tipo 3. Ecuacións onde $a \neq 0$, $b \neq 0$ e $c \neq 0$

Estamos nunha ecuación de segundo grao completa.

As solucións dunha ecuación de segundo grao completa veñen dadas pola fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \text{ que son dúas solucións debido ao } \pm.$$

Tipo 4. Ecuacións onde $b = 0$ e $c = 0$

Neste caso, a ecuación resultante é $a \cdot x^2 = 0$, cuxa única solución é $x = 0$.

Tipo 5. Ecuacións onde $a = 0$

Quedamos en que o coeficiente en x^2 tiña que ser distinto de cero, pois se $a = 0$ $0x^2 + bx + c = 0$, entón estaríamos nunha ecuación de primeiro grao, do tipo $bx + c = 0$.

Para a resolver:

$$bx = -c; \text{ entón, } x = \frac{-c}{b}.$$

Sempre que falemos de ecuacións de segundo grao teremos o termo en x^2 , ou sexa, $a \neq 0$.

En consecuencia, neste apartado non faremos problemas, xa que corresponden aos da actividade de resolución de ecuacións de primeiro grao.



Os exercicios correspondentes ao tipo 3 pertencen á tarefa 3.

1.7 Tarefas

1.7.1 Tarefa 1

Exercicio 1.1 (a distancia)

Resolva a seguinte ecuación: $x^2 - 5x = 0$.

Autoavaliación

$$x^2 - 5x = 0$$

$$x(x - 5) = 0$$

$$x = 0 \quad (x - 5) = 0$$

$$x = 0 \quad x = 5$$

$$0^2 - 5 \cdot 0 = 0$$

$$5^2 - 5 \cdot 5 = 25 - 25 = 0$$

Sacamos x factor común dos dous sumandos.

Cada factor pode valer cero.

Comprobación.

Exercicio 1.2 (a distancia)

Resolva a seguinte ecuación: $x^2 + 3x = 0$.

Autoavaliación

$$x^2 + 3x = 0$$

$$x(x + 3) = 0$$

$$x = 0 \quad (x + 3) = 0$$

$$x = 0 \quad x = -3$$

$$0^2 + 3 \cdot 0 = 0$$

$$(-3)^2 + 3 \cdot (-3) = 9 - 9 = 0$$

Sacamos x factor común dos dous sumandos.

Cada factor pode valer cero.

Comprobación.

Exercicio 1.3 (a distancia)

Resolva a seguinte ecuación: $x^2 - 10x = 0$.

Autoavaliación

$$x^2 - 10x = 0$$

$$x(x - 10) = 0$$

$$x = 0 \quad (x - 10) = 0$$

Sacamos x factor común dos dous sumandos.

Cada factor pode valer cero.

$$x = 0 \quad x = 10$$

Comprobación.

$$0^2 - 10 \cdot 0 = 0$$

$$10^2 - 10 \cdot 10 = 100 - 100 = 0$$

Exercicio 1.4 (a distancia)

Resolva a seguinte ecuación: $x^2 + 8x = 0$.

Autoavaliación

$$x^2 + 8x = 0$$

Sacamos x factor común dos dous sumandos.

$$x(x + 8) = 0$$

Cada factor pode valer cero.

$$x = 0 \quad (x + 8) = 0$$

$$x = 0 \quad x = -8$$

Comprobación.

$$0^2 + 8 \cdot 0 = 0$$

$$(-8)^2 + 8 \cdot (-8) = 64 - 64 = 0$$

1.7.2 Tarefa 2

Exercicio 2.1 (a distancia)

Resolva a seguinte ecuación: $x^2 - 5 = 0$.

Autoavaliación

$$x^2 - 5 = 0$$

Despexamos o cadrado da incógnita.

$$x^2 = 5$$

Extraemos a raíz cadrada, tendo en conta que ten dúas solucións.

$$x = \pm\sqrt{5}$$

$$x = +\sqrt{5} \quad x = -\sqrt{5}$$

Comprobación.

$$\left(+\sqrt{5}\right)^2 - 5 = 5 - 5 = 0$$

$$\left(-\sqrt{5}\right)^2 - 5 = 5 - 5 = 0$$

Exercicio 2.2 (a distancia)

Resolva a seguinte ecuación: $x^2 + 3 = 0$.

Autoavaliación

$$x^2 + 3 = 0$$

Despexamos o cadrado da incógnita.

$$x^2 = -3$$
$$x = \pm\sqrt{-3}$$

No é posible que un cadrado dea un resultado negativo.
Non existen raíces de números negativos.

Neste caso a ecuación non ten solución.

Exercicio 2.3 (a distancia)

Resolver a seguinte ecuación: $x^2 - 10 = 0$.

Autoavaliación

$$x^2 - 10 = 0$$

$$x^2 = 10$$

$$x = \pm\sqrt{10}$$

$$x = +\sqrt{10} \quad x = -\sqrt{10}$$

$$\left(+\sqrt{10}\right)^2 - 10 = 10 - 10 = 0$$

$$\left(-\sqrt{10}\right)^2 - 10 = 10 - 10 = 0$$

Despexamos o cadrado da incógnita.

Extraemos a raíz cadrada, tendo en conta que ten dúas solucións.

Comprobación.

Exercicio 2.4 (a distancia)

Resolva a seguinte ecuación: $x^2 + 8 = 0$.

Autoavaliación

$$x^2 + 8 = 0$$

$$x^2 = -8$$

$$x = \pm\sqrt{-8}$$

Despexamos o cadrado da incógnita.

No é posible que un cadrado dea un resultado negativo.

Non existen raíces de números negativos.

Neste caso a ecuación non ten solución.

1.7.3 Tarefa 3

Exercicio 3.1 (a distancia)

Resolva a seguinte ecuación: $x^2 - 5x + 6 = 0$.

Autoavaliación

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

Aplicamos a fórmula sendo $a = 1$, $b = -5$ e $c = 6$.

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2}$$

$$x = \frac{5 \pm 1}{2}$$

$$x_1 = \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$x_2 = \frac{5-1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$3^2 - 5 \cdot 3 + 6 = 9 - 15 + 6 = 15 - 15 = 0$$

$$2^2 - 5 \cdot 2 + 6 = 4 - 10 + 6 = 10 - 10 = 0$$

Operamos.

Soluciones: $x = 3$ e $x = 2$.

Comprobación.

Exercicio 3.2 (a distancia)

Resolva a seguinte ecuación: $x^2 + 3x + 2 = 0$.

Autoavaliación

$$x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$x = \frac{(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 - 8}}{2}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{2}$$

$$x = \frac{-3 \pm 1}{2}$$

$$x_1 = \frac{-3+1}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$x_2 = \frac{-3-1}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$(-1)^2 + 3 \cdot (-1) + 2 = 1 - 3 + 2 = 3 - 3 = 0$$

$$(-2)^2 + 3 \cdot (-2) + 2 = 4 - 6 + 2 = 6 - 6 = 0$$

Aplicamos a fórmula sendo $a = 1$, $b = 3$ e $c = 2$.

Operamos.

Soluciones: $x = -1$ e $x = -2$.

Comprobación.

Coidado cos signos!

Exercicio 3.3 (a distancia)

Resolva a seguinte ecuación: $x^2 - 12x + 36 = 0$.

Autoavaliación

$$x^2 - 12x + 36 = 0$$

Aplicamos a fórmula sendo $a = 1$, $b = -12$ e $c = 36$.

$$x = \frac{12 \pm \sqrt{12^2 - 4 \cdot 1 \cdot 36}}{2 \cdot 1}$$

Operamos.

$$x = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 144}}{2}$$

$$x = \frac{12 \pm \sqrt{0}}{2}$$

$$x = \frac{12 \pm 0}{2}$$

$$x_1 = \frac{12 + 0}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

$$x_2 = \frac{12 - 0}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

Solucións: $x = 6$ e $x = 6$.

É unha solución dobre.

Comprobación.

$$6^2 - 12 \cdot 6 + 36 = 36 - 72 + 36 = 72 - 72 = 0$$

Corresponde a un desenvolvemento do

cadrado dunha suma. Sempre é un cadrado perfecto; neste caso, $(x - 6)^2 = 0$.

Exercicio 3.4 (a distancia)

Resolva a seguinte ecuación: $x^2 + 8x + 4 = 0$.

Autoavaliación

$$x^2 + 8x + 4 = 0$$

Aplicamos a fórmula sendo $a = 1$, $b = 8$ e $c = 4$.

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1}$$

Operamos.

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 16}}{2}$$

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{48}}{2}$$

$$x_1 = \frac{-8 + \sqrt{48}}{2}$$

Poderíase simplificar máis, pero estas raíces non son exactas.

$$x_2 = \frac{-8 - \sqrt{48}}{2}$$

Exercicio 3.5 (a distancia)

Resolva a seguinte ecuación: $x^2 + 10x + 25 = 0$.

Autoavaliación

$$x^2 + 10x + 25 = 0$$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 25}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{100 - 100}}{2}$$

$$x = \frac{-10 \pm \sqrt{0}}{2}$$

$$x_1 = \frac{-10 + 0}{2} = -5$$

$$x_2 = \frac{-10 - 0}{2} = -5$$

$$(-5)^2 + 10(-5) + 25 = 25 - 50 + 25 = 0$$

Aplicamos a fórmula sendo $a = 1$, $b = 10$ e $c = 25$.

Operamos.

Por dar cero o discriminante xa sabemos, polo visto no exercicio anterior, que vai ser un cadrado perfecto.

Corresponde a un desenvolvemento do cadrado dunha suma.

$$(x + 5)^2 = 0$$

Comprobación.

Exercicio 3.6 (a distancia)

Resolva a seguinte ecuación: $x^2 + 3x - 10 = 0$.

Autoavaliación

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-10)}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 40}}{2}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{49}}{2}$$

$$x = \frac{-3 \pm 7}{2}$$

$$x_1 = \frac{-3 - 7}{2} = -5$$

$$x_2 = \frac{-3 + 7}{2} = 2$$

$$(-5)^2 + 3 \cdot (-5) - 10 = 25 - 15 - 10 = 0$$

$$2^2 + 3 \cdot 2 - 10 = 4 + 6 - 10 = 0$$

Aplicamos a fórmula sendo $a = 1$, $b = 3$ e $c = -10$.

Operamos. Cómpre termos coidado co produto cos dous signos menos.

Por non dar cero o discriminante xa sabemos, polo visto nos exercicios anteriores, que vai ser un cadrado perfecto.

Comprobación.

Exercicio 3.7 (a distancia)

Resolva a seguinte ecuación: $x^2 - 2x - 48 = 0$.

Autoavaliación

$$x^2 - 2x - 48 = 0$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-48)}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 192}}{2}$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{196}}{2}$$

$$x = \frac{2 \pm 14}{2}$$

$$x_1 = \frac{2 + 14}{2} = \frac{16}{2} = 8$$

$$x_2 = \frac{2 - 14}{2} = \frac{-12}{2} = -6$$

$$(-6)^2 - 2 \cdot (-6) - 48 = 36 + 12 - 48 = 0$$

$$8^2 - 2 \cdot 8 - 48 = 64 - 16 - 48 = 0$$

Aplicamos a fórmula sendo $a = 1$, $b = -2$ e $c = -48$.

Operamos. Cómpre termos coidado co produto cos dous signos menos.

Por non dar cero o discriminante xa sabemos, polo visto nos exercicios anterior, que vai ser un cadrado perfecto.

Comprobación.