Dirección Xeral de Formación Profesional e Ensinanzas Especiais

Material para a preparación de probas a distancia

Grao	Medio
Proba	Científico-tecnolóxica
Parte da proba	Ex. Matemáticas
Unidade didáctica	3. Ecuacións e sistemas
Actividade	2. Sistemas de ecuacións de primeiro grao
Autores	Grupo de traballo de desenvolvemento de material para a preparación das probas de acceso
Nome do arquivo	UD03A02_sistemas_de_ecuacions.RTF

Índice

1. Ficha técnica

1.1 Título e descrición

- Título: Sistemas de ecuacións de primeiro grao
- Descrición: nesta unidade imos resolver problemas mediante formulación de sistemas de dúas ecuacións de primeiro grao con dúas incógnitas.
- Nome do arquivo: UD03A03_sistemas_ecuacions_primeiro_grao.RTF

1.2 Obxectivos

- Comprender e producir mensaxes orais e escritas utilizando os termos matemáticos con precisión.
- Resolver problemas sinxelos elixindo a forma de cálculo apropiada (e valorar a adecuación do resultado ao contexto) para os que se precise o seguinte: dunha banda, a utilización das catro operacións, as potencias e raíces, con números enteiros, decimais, fraccionarios e reais; doutra banda, a formulación e resolución de ecuacións de primeiro e segundo grao, e de sistemas de ecuacións lineais con dúas incógnitas.
- Utilizar estratexias sinxelas, tales como a organización da información de partida, a procura de exemplos, contraexemplos, casos particulares ou os métodos de ensaio e erro sistemático, en contextos de resolución de problemas.

1.3 Contidos

- Sistemas de ecuacións de primeiro grao de dúas ecuacións con dúas incógnitas.
- Métodos de resolución de sistemas: redución, igualación e substitución.
- Problemas que se resolven mediante sistemas de ecuacións.

1.4 Aspectos metodolóxicos

- Actividade de aprendizaxe a distancia, escrita e individual,
- Recursos: non se utilizarán recursos alleos; serve como texto de apoio ou complementario calquera texto correspondente aos cursos de ESO.

1.5 Descrición do que se vai aprender

O primeiro que imos aprender nesta unidade é a resolver sistemas de dúas ecuacións de primeiro grao con dúas incógnitas. Utilizaremos técnicas de cálculo nas que cumprirán todos os recursos de resolución de ecuacións de primeiro grao.

Aprenderase tamén a traducir os enunciados á linguaxe matemática, que é a que nos axuda a que sexa máis simple poder facer operacións. Como é doado comprender, o que se estudou na actividade 1 é fundamental para o estudo da unidade actual: antes traballabamos cunha incógnita, agora imos traballar con dúas. Pense que as incógnitas que adoitamos chamar x e y representan por si mesmas palabras completas ou mesmo frases que, de non ser por elas, teriamos que estar repetindo varias veces ao longo do problema. Lembre o exemplo anteriormente utilizado: x = "número de coellos que hai na granxa"; pense a cantidade de palabras e de espazo que aforramos grazas ao x.

Lembre tamén que un protocolo é unha serie de pasos repetitivos que nos axudan a resolver o que vai deseguido; convén sabelos de memoria ou, cando menos, telos impresos e á vista para podermos razoar o proceso con máis soltura.

É conveniente imprimir as páxinas onde están os protocolos e, así, ter á man os distintos pasos para á resolución de sistemas, de problemas ou de ecuacións.

2. Descrición da actividade

1.6 Introdución

Sistemas de ecuacións

Un sistema de ecuacións é un conxunto de ecuacións. Os que nós trataremos neste capítulo son os sistemas de dúas ecuacións de primeiro grao con dúas incógnitas.

A forma habitual será $\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$

a, *b*, *c*, *d*, *e*, *f* son números; *x* e *y* son as incógnitas que nós queremos calcular.

A solución dun sistema de dúas ecuacións de primeiro grao con dúas incógnitas é un par de valores que, substituídos nas incógnitas, satisfán as dúas ecuacións que o forman.

Véxase un exemplo:

$$\begin{cases} x - y = 4 \\ x + y = 6 \end{cases}$$

A solución é $x = 5$ e $y = 1$, xa que ao substituírmos eses valores nas ecuacións do sistema, o resultado é certo.

$$\begin{cases} 5 - 1 = 4 \\ 5 + 1 = 6 \end{cases}$$

Métodos para resolver sistemas de ecuacións

Lembre que cando vostede se enfronte a un sistema deberá seguir un protocolo. Na autoavaliación, os pasos do protocolo seguido irán sinalados pola inicial e o número correspondente.

O primeiro que debemos facer e simplificar os números que aparecen en cada ecuación.

Protocolo do método de igualación

Trátase de despexar a mesma incógnita nas dúas ecuacións; por tanto:

I1. Despexamos a mesma incógnita nas dúas ecuacións.

I2. Aplicaremos que dúas expresións iguais a unha terceira son iguais entre si ($y = a$, $y = b$, entón $a = b$). Deste xeito teremos unha ecuación cunha incógnita que resolveremos polos métodos habituais.

I3. Para coñecermos o valor da incógnita que queda soamente temos que substituír o valor atopado nunha das dúas ecuacións do sistema, aproveitando na que temos a outra incógnita despexada; neste caso vale calquera das dúas ecuacións.

I4. Comprobamos a correcta resolución do sistema substituíndo os valores atopados nas ecuacións orixinais e vendo que os resultados son correctos.

En todos os exercicios da tarefa 1 vai a resolución do sistema correspondente polo método de igualación.

Protocolo do método de substitución

Trátase de despexar soamente unha incógnita dunha das ecuacións, a que nós consideremos máis doada para non equivocarnos nas operacións.

S1. Despexamos unha incógnita dunha das dúas ecuacións, a que nos resulte máis sinxela.

S2. Substituímos esa incógnita na outra ecuación; deste xeito teremos unha ecuación cunha incógnita que resolveremos do xeito habitual.

S3. Para coñecermos o valor da incógnita que queda só temos que substituír a incógnita calculada na ecuación onde a tiñamos despexada.

S4. Comprobamos a correcta resolución do sistema substituíndo os valores atopados nas ecuacións orixinais e vendo se os resultados son correctos.

En todos os exercicios da tarefa 1 vai a resolución do sistema correspondente polo método de substitución.

Protocolo do método de redución

Trátase de igualar os coeficientes dunha das incógnitas, pero con signos distintos.

R1. Igualaremos os coeficientes dunha das incógnitas nas dúas ecuacións, pero co signo cambiado, de xeito que teñamos un positivo e outro negativo (aplicamos a propiedade de ecuacións, que di que se pode multiplicar ou dividir unha ecuación nos dous membros sen que varíe o resultado).

R2. Sumaremos as dúas ecuacións, o que nos ha dar unha ecuación cunha incógnita, que resolveremos polos métodos habituais.

R3. Substituiremos a incógnita que se acaba de calcular nunha das dúas ecuacións orixinais para calcular a outra.

R4. Comprobamos a correcta resolución do sistema substituíndo os valores atopados nas ecuacións orixinais e vendo se os resultados son correctos.

En todos os exercicios da tarefa 1 vai a resolución do sistema correspondente polo método de redución.

Protocolo para resolución de problemas

P1. Facer unha lectura de todo o enunciado e, ao rematar, preguntar as palabras que non se entendan ou sobre as que se teñan dúbidas; tamén se poden buscar nun dicionario.

P2. Cambiar da linguaxe escrita con palabras á linguaxe matemática escrita con símbolos, quedando só co fundamental do problema.

P3. Formular a situación en termos de ecuacións ou inecuacións.

P4. Resolver as ecuacións cos métodos coñecidos.

P5. É fundamental ler novamente o enunciado para comprobar se se contestou ao que realmente se preguntaba.

Os exercicios correspondentes á tarefa 2 están resoltos na páxina 16 e nas posteriores.

Exemplos resoltos

Nun aparcadoiro hai 24 vehículos, entre turismos e motos. Se contamos as rodas vemos que hai 84 rodas. Cantos vehículos hai de cada clase?

*P1***.** Busque palabras que descoñeza. Cando entenda todo o enunciado, pode seguir.

*P2***.** Como temos vehículos de dous tipos, chamarémoslles x aos turismos e y ás motos (puidera ser ao revés). En total hai 24, polo que $x + y = 24$.

Ao contarmos as rodas temos que os turismos teñen catro e as motos teñen soamente dúas. Facendo as contas de cantas rodas ten cada unha das dúas clases, será $4 \cdot x$, é dicir, catro rodas polo número de turismos que temos, e $2 \cdot y$, xa que temos dúas rodas por cada moto.

En total temos $4x + 2y$ rodas de todos os vehículos, que o enunciado di que son 84.

$4x + 2y = 84$

P3. As ecuacións que interveñen son $\left.\begin{array}{l} x+y=24 \\ 4x+2y=84 \end{array}\right\}$

O primeiro que debemos facer e simplificar os números que aparecen en cada ecuación; neste exemplo simplificamos por 2 a segunda ecuación, que pasa a ser $2x + y = 42$.

*P4***.** Ímolo resolver polos tres métodos.

Método de Igualación

$$\left.\begin{array}{l} x+y=24 \\ 4x+2y=84 \end{array}\right\}$$

I1. Imos resolver este sistema de ecuacións polo método de igualación.

$$\left.\begin{array}{l} y=24-x \\ y=42-2x \end{array}\right\}$$

I2. Dúas expresións iguais a unha terceira son iguais entre elas; por tanto, despexamos a variable *y* nas dúas ecuacións.

$$24-x=42-2x$$
$$2x-x=42-24$$
$$x=18 \text{ turismos}$$

I3. Calculamos a outra incógnita, para o que temos que substituír o *x* nunha das dúas ecuacións do sistema onde temos o *y* despexado.

$$y=24-x \quad y=24-18$$
$$y=6 \text{ motos}$$

I4. Comprobamos que a solución é correcta substituíndo os dous valores no sistema orixinal.

$$\begin{cases}16+8=24\\4\cdot18+2\cdot6=72+12=84\end{cases}$$

Lea o enunciado para ver se a solución dada é o que realmente pide o problema, e estude se é coherente

Solución final x = 18 turismos, y = 6 motos.

Neste caso é coherente, pois en principio, a falta de facermos a comprobación, pode ser que haxa 18 turismos e 6 motos.

Unha solución non coherente sería que x = 18’40, pois non é posible ter 0’40 turismos.

Método de substitución

$$\left.\begin{array}{l}x+y=24\\4x+2y=84\end{array}\right\}$$

S1. Como podemos elixir, despexaremos a incógnita máis doada das dúas ecuacións.

$$y=24-x$$

S2. Deseguido substituímos esa incógnita na outra ecuación e resolvemos do xeito habitual.

$$4x+2(24-x)=84$$
$$4x+48-2x=84$$
$$4x-2x=84-48$$
$$2x=36$$
$$x=\frac{36}{2}=18 \text{ turismos}$$

S3. Calculamos agora o *y.*

$$y=24-x \quad y=24-18 \text{ y = 6 motos}$$

S4. Comprobamos que a solución é correcta substituíndo os dous valores no sistema orixinal.

$$\begin{cases}16+8=24\\4\cdot18+2\cdot6=72+12=84\end{cases}$$

Lea o enunciado para ver se a solución dada é o que realmente pide o problema, e estude se é coherente.

Solución final: x = 18 turismos, y = 6 motos

Método de redución

$$\left.\begin{array}{l}x+y=24\\4x+2y=84\end{array}\right\}$$

R1. Igualamos os coeficientes multiplicando por –4 nos dous membros da primeira ecuación.

$$\left.\begin{array}{l}-4x-4y=-96\\4x+2y=84\end{array}\right\}$$

R2. Sumaremos as dúas ecuacións para obtermos unha ecuación cunha incógnita e resolvémola do xeito habitual.

$$-2y=-12$$
$$y=\frac{-12}{-2}=6 \text{ motos}$$

R3. Substituímos este valor na primeira ecuación, por ser a máis sinxela.

$$x+6=24$$
$$x=18 \text{ turismos}$$

R4. Comprobamos se a solución é correcta substituíndo os dous valores no sistema orixinal.

$$\begin{cases} 18+6=24 \\ 4 \cdot 18+2 \cdot 6=72+12=84 \end{cases}$$

Lea o enunciado para ver se a solución dada é o que realmente pide o problema, e estude se é coherente.

Solución final x = 18 turismos, y = 6 motos.

1.7 Tarefas

- Tarefa 1: Resolución de sistemas de ecuacións de primeiro grao.
- Tarefa 2: Problemas resolubles mediante sistemas de ecuacións de primeiro grao.

1.7.1 Tarefa 1: Resolución de sistemas de ecuacións de primeiro grao

Exercicio 1.1 (a distancia)

Resolva o sistema polos tres métodos $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 3x - 2y = 8 \end{cases}$

Autoavaliación

Método de igualación

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 3x - 2y = 8 \end{cases}$$

I1. Imos resolver este sistema de ecuacións polo método de igualación.

$$\left. \begin{aligned} y &= 3 - 2x \\ y &= \frac{8 - 3x}{-2} \end{aligned} \right\}$$

I2. Dúas expresións iguais a unha terceira son iguais entre elas; por tanto, despexamos a variable *y* nas dúas ecuacións.

$$\frac{8 - 3x}{-2} = 3 - 2x$$

E1. Igualamos as expresións da variable *y* obtidas das ecuacións iniciais, obtemos unha ecuación en *x* que resolvemos polos métodos habituais.

$$2 \cdot \left(\frac{8 - 3x}{-2} \right) = 2 \cdot (3 - 2x)$$

E2. Opérase alxebricamente para despexar a variable x.

$$-8 + 3x = 6 - 4x$$

E4.

$$4x + 3x = 6 + 8$$

E3.

$$7x = 14$$

E5.

$$x = \frac{14}{7} = 2$$

I3. Calculamos a outra incógnita, para o que temos que substituír o *x* nunha das dúas ecuacións do sistema onde temos o *y* despexado.

$$y = 3 - 2 \cdot 2 = 3 - 4 = -1$$

I4. Comprobamos que a solución é correcta substituíndo os dous valores no sistema orixinal.

$$\begin{cases} 2 \cdot 2 + (-1) == 4 - 1 = 3 \\ 3 \cdot 2 - 2 \cdot (-1) = 6 + 2 = 8 \end{cases}$$

Le o enunciado para ver se a solución dada é o que realmente pide o problema, e estude se é coherente,

Método de substitución

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 3x - 2y = 8 \end{cases}$$

S1. Como podemos elixir, despexaremos a incógnita máis doada das dúas ecuacións.

$y = 3 - 2x$	*S2*. Deseguido substituímos esa incógnita na outra ecuación e resolvemos do xeito habitual.
$3x - 2(3-2x) = 8$	*E2*.
$3x - 6 + 4x = 8$	*E4*.
$7x = 8 + 6$	*E3*.
$7x = 14$	*E5*.
$x = \frac{14}{7} = 2$	*S3*. Calculemos agora o *y*.
$y = 3 - 2x \quad y = 3 - 2{\cdot}2 \quad y = 3 - 4 = -1$	*S4*. Comprobamos se a solución é correcta substituíndo os dous valores no sistema orixinal.

$$\begin{cases} 2{\cdot}2 + (-1) = 4 - 1 = 3 \\ 3{\cdot}2 - 2{\cdot}(-1) = 6 + 2 = 8 \end{cases}$$

Lea o enunciado para ver se a solución dada é o que realmente pide o problema, e estude se é coherente.

Método de redución

$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 3x - 2y = 8 \end{cases}$	*R1*. Igualamos os coeficientes multiplicando por dous nos dous membros da primeira ecuación.
$\begin{cases} 4x + 2y = 6 \\ 3x - 2y = 8 \end{cases}$	*R2*. Sumamos as dúas ecuacións para obtermos unha ecuación cunha incógnita e resolvemos do xeito habitual.
$7x = 14$	
$x = \frac{14}{7} = 2$	*R3*. Substituímos este valor na primeira ecuación, por ser a máis sinxela.
$2x + y = 3 \quad 2{\cdot}2 + y = 3$	Despexamos a outra incógnita
$4 + y = 3 \qquad y = 3 - 4 = -1$	*R4*. Comprobamos se a solución é correcta substituíndo os dous valores no sistema orixinal.

$$\begin{cases} 2{\cdot}2 + (-1) = 4 - 1 = 3 \\ 3{\cdot}2 - 2{\cdot}(-1) = 6 + 2 = 8 \end{cases}$$

Lea o enunciado para ver se a solución dada é o que realmente pide o problema, e estude se é coherente,

Exercicio 1.2 (a distancia)

Resolva o sistema polos tres métodos $\begin{cases} x + 2y = 11 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$

Autoavaliación

Método de igualación

$\begin{cases} x + 2y = 11 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$	*I1*. Imos resolver este sistema de ecuacións polo método de igualación.

$$\begin{cases} x = 11 - 2y \\ x = \dfrac{y+2}{2} \end{cases}$$

I2. Dúas expresións iguais a unha terceira son iguais entre elas; por tanto, despexamos a variable *y* nas dúas ecuacións.

$$11 - 2y = \frac{y+2}{2}$$

E1.

$$2 \cdot (11 - 2y) = 2 \cdot \left(\frac{y+2}{2} \right)$$

E2.

$$22 - 4y = y + 2$$

E4.

$$22 - 2 = 4y + y$$

E3.

$$5y = 20$$

E5.

$$y = \frac{20}{5} = 4$$

I3. Calculamos a outra incógnita, para o que temos que substituír o *x* nunha das dúas ecuacións do sistema onde temos o *y* despexado.

I.4. Comprobamos se a solución é correcta substituíndo os dous valores no sistema orixinal.

$$x = 11 - 2 \cdot 4 = 11 - 8 = 3$$

$$\begin{cases} 3 + 2 \cdot 4 = 3 + 8 = 11 \\ 2 \cdot 3 - 4 = 2 \end{cases}$$

Lea o enunciado para ver se a solución dada é o que realmente pide o problema, e estude se é coherente.

Método de substitución

$$\begin{cases} x + 2y = 11 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$$

S1. Como podemos elixir, despexaremos a incógnita máis doada das dúas ecuacións.

$$x = 11 - 2y$$

S2. Deseguido substituímos esa incógnita na outra ecuación e resolvemos do xeito habitual.

$$2 \cdot (11 - 2y) - y = 2$$

E2.

$$22 - 5y = 2$$

E4.

$$22 - 2 = 5y$$

E3.

$$20 = 5y$$

E5.

$$y = \frac{20}{5} = 4$$

S3. Calculamos agora a outra incógnita.

$$x = 11 - 2 \cdot 4 = 11 - 8 = 3$$

S4. Comprobamos se a solución é correcta substituíndo os dous valores no sistema orixinal.

$$\begin{cases} 3 + 2 \cdot 4 = 3 + 8 = 11 \\ 2 \cdot 3 - 4 = 2 \end{cases}$$

Lea o enunciado para ver se a solución dada é o que realmente pide o problema, e estude se é coherente.

Método de redución

$$\begin{cases} x + 2y = 11 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$$

R1. Igualamos os coeficientes multiplicando por dous nos dous membros da segunda ecuación.

$$\begin{cases} x+2y=11 \\ 4x-2y=4 \end{cases}$$

R2. Sumamos as dúas ecuacións para obtermos unha ecuación cunha incógnita e resolvémola do xeito habitual.

$$5x=15$$

$$x=\frac{15}{5}=3$$

R3. Substituímos este valor na segunda ecuación, por ser a máis sinxela.

Despexamos a outra incógnita.

$$2\cdot 3-y=2 \qquad 6-2=4=y$$

R4. Comprobamos se a solución é correcta substituíndo os dous valores no sistema orixinal.

$$\begin{cases} 3+2\cdot 4=3+8=11 \\ 2\cdot 3-4=2 \end{cases}$$

Lea o enunciado para ver se a solución dada é o que realmente pide o problema, e estude se é coherente.

Exercicio 1.3 (a distancia)

Resolva o sistema polos tres métodos $\begin{cases} 3x-4y=-5 \\ x+3y=7 \end{cases}$

Autoavaliación

Método de igualación

$$\begin{cases} 3x-4y=-5 \\ x+3y=7 \end{cases}$$

I1. Imos resolver este sistema de ecuacións polo método de igualación.

$$\begin{cases} x=\dfrac{4y-5}{3} \\ x=7-3y \end{cases}$$

I2. Dúas expresións iguais a unha terceira son iguais entre elas; por tanto, despexamos a variable *y* nas dúas ecuacións.

$$\frac{4y-5}{3}=7-3y$$

E1.

$$3\cdot\left(\frac{4y-5}{3}\right)=3\cdot(7-3y)$$

E2.

$$4y-5=21-9y$$

E4.

$$4y+9y=21+5$$

E3.

$$13y=26$$

E5.

$$y=\frac{26}{13}=2$$

I3. Calculamos a outra incógnita, para o que temos que substituír o *x* nunha das dúas ecuacións do sistema onde temos o *y* despexado.

$$x=7-3\cdot y=7-3\cdot 2=7-6=1$$

I4. Comprobamos se a solución é correcta substituíndo os dous valores no sistema orixinal.

$$\begin{cases} 3\cdot 1-4\cdot 2=3-8=-5 \\ 1+3\cdot 2=1+6=7 \end{cases}$$

Lea o enunciado para ver se a solución dada é o que realmente pide o problema, e estude se é coherente

Método de substitución

$$\begin{cases} 3x - 4y = -5 \\ x + 3y = 7 \end{cases}$$

S1. Como podemos elixir, despexaremos a incógnita máis doada das dúas ecuacións.

$$x = 7 - 3y$$

S2. Deseguido substituímos esa incógnita na outra ecuación e resolvemos do xeito habitual.

$$3 \cdot (7 - 3y) - 4y = -5$$

E2.

$$21 - 9y - 4y = -5$$

E3.

$$21 - 13y = -5$$

E4.

$$26 = 13y$$

E5.

$$y = \frac{26}{13} = 2$$

S3. Calculamos agora a outra incógnita.

$$x = 7 - 3 \cdot 2 = 7 - 6 = 1$$

S4. Comprobamos se a solución é correcta substituíndo os dous valores no sistema orixinal.

$$\begin{cases} 3 \cdot 1 - 4 \cdot 2 = 3 - 8 = -5 \\ 1 + 3 \cdot 2 = 1 + 6 = 7 \end{cases}$$

Lea o enunciado para ver se a solución dada é o que realmente pide o problema, e estude se é coherente.

Método de redución

$$\begin{cases} 3x - 4y = -5 \\ x + 3y = 7 \end{cases}$$

R1. Igualamos os coeficientes multiplicando por -3 nos dous membros da segunda ecuación.

$$\begin{cases} 3x - 4y = -5 \\ -3x - 9y = -21 \end{cases}$$

R2. Sumaremos as dúas ecuacións para obtermos unha ecuación cunha incógnita e resolvémola do xeito habitual.

$$-13y = -26$$

$$y = \frac{-26}{-13} = 2$$

R3. Substituímos este valor na segunda ecuación, por ser a máis sinxela.

$$x + 3 \cdot 2 = 7$$

Despexamos a outra incógnita.

$$x = 7 - 6 = -1$$

R4. Comprobamos se a solución é correcta substituíndo os dous valores no sistema orixinal.

$$\begin{cases} 3 \cdot 1 - 4 \cdot 2 = 3 - 8 = -5 \\ 1 + 3 \cdot 2 = 1 + 6 = 7 \end{cases}$$

Lea o enunciado para ver se a solución dada é o que realmente pide o problema, e estude se é coherente.

Exercicio 1.4 (a distancia)

Resolva o sistema polos tres métodos $\begin{cases} 3x - 2y = 6 \\ 5x + 2y = 10 \end{cases}$

Autoavaliación

Método de igualación

$$\begin{cases} 3x - 2y = 6 \\ 5x + 2y = 10 \end{cases}$$

I1. Imos resolver este sistema de ecuacións polo método de igualación.

$$\begin{cases} 3x - 6 = 2y \\ 2y = 10 - 5x \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{3x-6}{2} = y \\ y = \dfrac{10-5x}{2} \end{cases}$$

I2. Dúas expresións iguais a unha terceira son iguais entre elas; por tanto, despexamos a variable *y* nas dúas ecuacións.

$$\frac{3x-6}{2} = \frac{10-5x}{2}$$

E1.

$$3x - 6 = 10 - 5x$$

E4.

$$3x + 5x = 10 + 6$$

E3.

$$8x = 16$$

E5.

$$x = \frac{16}{8} = 2$$

I3. Calculamos a outra incógnita, para o que temos que substituír o *x* nunha das dúas ecuacións do sistema onde temos o *y* despexado.

$$y = \frac{10 - 5{\cdot}2}{2} = \frac{10-10}{2} = \frac{0}{2} = 0$$

I4. Comprobamos se a solución é correcta substituíndo os dous valores no sistema orixinal.

$$\begin{cases} 3{\cdot}2 - 2{\cdot}0 = 6 - 0 = 6 \\ 5{\cdot}2 + 2{\cdot}0 = 10 + 0 = 10 \end{cases}$$

Lea o enunciado para ver se a solución dada é o que realmente pide o problema, e estude se é coherente.

Método de substitución

$$\begin{cases} 3x - 2y = 6 \\ 5x + 2y = 10 \end{cases}$$

S1. Como podemos elixir, despexaremos a incógnita máis doada das dúas ecuacións. Neste caso, o grao de dificultade é similar, polo que dá o mesmo unha que a outra. Despexamos *x* na primeira ecuación.

$$x = \frac{2y+6}{3}$$

S2. Deseguido substituímos esa incógnita na outra ecuación e resolvemos do xeito habitual.

$$\mathbf{5{\cdot}\left(\frac{2y+6}{3}\right) + 2y = 10}$$

E3. Multiplicamos por tres os dous membros.

$$3{\cdot}5{\cdot}\left(\frac{2y+6}{3}\right) + 3{\cdot}2y = 3{\cdot}10$$

E2.

$$5(2y+6) + 6y = 30$$

E2.

$$10y + 30 + 6y = 30$$

E3.

$$16y = 30 - 30 = 0$$

E4.

$$y = \frac{0}{16} = 0$$

E5. S3. Calculamos agora a outra incógnita.

$$x = \frac{2 \cdot 0 + 6}{3} = 2$$

S4. Comprobamos se a solución é correcta substituíndo os dous valores no sistema orixinal.

$$\begin{cases} 3 \cdot 2 - 2 \cdot 0 = 6 - 0 = 6 \\ 5 \cdot 2 + 2 \cdot 0 = 10 + 0 = 10 \end{cases}$$

Lea o enunciado para ver se a solución dada é o que realmente pide o problema, e estude se é coherente.

Método de redución

R1. Os coeficientes do *y* xa están igualados e cambiados de signo.

R2. Sumamos as dúas ecuacións para obtermos unha ecuación cunha incógnita e resolvémola do xeito habitual.

$$\begin{cases} 3x - 2y = 6 \\ 5x + 2y = 10 \end{cases}$$

$$8x = 16$$

R3. Substituímos este valor nunha das ecuacións.

$$x = \frac{16}{8} = 2$$

E4.

$$3 \cdot 2 - 2y = 6$$

E5. Despexamos a outra incógnita.

$$6 - 2y = 6 \qquad 6 - 6 == 2y$$

R4. Comprobamos que a solución é correcta substituíndo os dous valores no sistema orixinal.

$$y = \frac{6-6}{2} = \frac{0}{2} = 0$$

$$\begin{cases} 3 \cdot 2 - 2 \cdot 0 = 6 - 0 = 6 \\ 5 \cdot 2 + 2 \cdot 0 = 10 + 0 = 10 \end{cases}$$

Lea o enunciado para ver se a solución dada é o que realmente pide o problema, e estude se é coherente

1.7.2 Tarefa 2: Problemas resolubles mediante sistemas de ecuacións de primeiro grao

Exercicio 2.1 (a distancia)

Calcule dous números cuxa diferenza sexa 3 e a súa suma sexa 15.

Autoavaliación

P1. Busque palabras que descoñeza. Cando entenda todo o enunciado, pode seguir.

Este exercicio é doado de facer pensando nunha soa incógnita, pero para practicar sistemas farémolo pensando en dúas (a formulación cunha soa incógnita pódea facer vostede como exercicio de repaso de ecuacións de primeiro grao cunha incógnita). Como temos dous datos descoñecidos, os dous números que nos piden, necesitamos construír dúas ecuacións para igualar o número de incógnitas.

P2. Un dos números chamarémolo *x* (o maior) e outro *y* (o máis pequeno).

P3. A súa resta será 3; é dicir, $x - y = 3$. A suma terá que ser 15; $x + y = 15$.

A formulación do sistema queda $\begin{cases} x - y = 3 \\ x + y = 15 \end{cases}$

Dado que a incógnita *y* ten nas dúas ecuacións o mesmo coeficiente (o número que multiplica) pero cambiado de signo, o método máis axeitado para o resolver é o de redución.

P4. Resolución do sistema. Lembre os pasos para a resolución:

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ x + y = 15 \end{cases}$$

R1. Os coeficientes do *y* xa están igualados e cambiados de signo.
R2. Sumamos as dúas ecuacións para obtermos unha ecuación cunha incógnita e resolvémola do xeito habitual.

$$2x = 18$$

$$x = \frac{18}{2} = 9$$

R3. Substituímos este valor nunha das ecuacións.

$$9 - y = 3$$

E4. Despexamos a outra incógnita.

$$9 - 3 = y$$

$$y = 6$$

R4. Comprobamos se a solución é correcta substituíndo os dous valores no sistema orixinal.

$$\begin{cases} 9 - 6 = 3 \\ 9 + 6 = 15 \end{cases}$$

Lea o enunciado para ver se a solución dada é o que realmente pide o problema, e estude se é coherente.

P5. Neste caso, a solución é coherente, pois estamos a falar de números sen especificar ningunha outra característica. Abonda con que se verifiquen as solucións.

Exercicio 2.2 (a distancia)

Calcule dous números que sumen 150 e cuxa diferenza sexa o cuádruplo do menor.

Autoavaliación

P1. Busque palabras que descoñeza. Cando entenda todo o enunciado, pode seguir.

Este exercicio é doado de facer pensando nunha soa incógnita, pero para practicar sistemas farémolo pensando en dúas (a formulación cunha soa incógnita pódea facer vostede como exercicio de repaso de ecuacións de primeiro grao cunha incógnita). Como temos dous datos descoñecidos, os dous números que nos piden, necesitamos construír dúas ecuacións para igualar o número de incógnitas.

P2. Chamarémoslle *x* ao maior e *y* ao menor dos dous números. A suma será 150 e, se restamos o maior do menor, a súa diferenza, o resultado, será catro veces o menor, que é o cuádruplo.

P3. A suma será 150; polo que $x + y = 150$. A diferenza terá que ser $x – y$, e igual ao menor multiplicado por 4; é dicir, $x – y = 4y$.

A formulación do sistema queda $\begin{cases} x + y = 150 \\ x - y = 4y \end{cases}$

Pasaremos o sistema coas incógnitas no primeiro membro $\begin{cases} x + y = 150 \\ x - y - 4y = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x + y = 150 \\ x - 5y = 0 \end{cases}$

P4. Resolución do sistema. Lembre os pasos para a resolución:

$$\begin{cases} x + y = 150 \\ x - 5y = 0 \end{cases}$$

Dado que a incógnita *x* ten nas dúas ecuacións o mesmo coeficiente, o método máis axeitado para o resolver é o de redución. Só temos que cambiar de signo nos dous membros dunha das ecuacións (por exemplo, da segunda).

$$\begin{cases} x + y = 150 \\ -x + 5y = 0 \end{cases}$$

R1. Os coeficientes da x xa están igualados e cambiados de signo
R2. Sumamos as dúas ecuacións para obtermos unha ecuación cunha incógnita e resolvémola do xeito habitual.

$$6y = 150$$

$$y = \frac{150}{6}$$

R3. Substituímos este valor nunha das ecuacións.

$$y = 25$$

$$x + 25 = 150$$

E4. Despexamos a outra incógnita.

$$x = 150 - 25 = 125$$

R4. Comprobamos se a solución é correcta substituíndo os dous valores no sistema orixinal.

$$\begin{cases} 125 + 25 = 150 \\ 125 - 2 \cdot 25 = 125 - 125 = 0 \end{cases}$$

Lea o enunciado para ver se a solución dada é o que realmente pide o problema, e estude se é coherente.

P5. Neste caso, a solución é coherente, pois estamos a falar de números sen especificar ningunha outra característica. abonda con que se verifiquen as solucións.

Exercicio 2.3 (a distancia)

Nun curral hai coellos e galiñas. Se contamos as cabezas, son 19; se contamos as patas, son 60. Cantos animais hai de cada clase?

Autoavaliación

P1. Busque palabras que descoñeza. Cando entenda todo o enunciado, pode seguir.

Este exercicio é doado de facer pensando nunha soa incógnita, pero para practicar sistemas farémolo pensando en dúas (a formulación cunha soa incógnita pódea facer vostede como exercicio de repaso de ecuacións de primeiro grao cunha incógnita). Como temos dous datos descoñecidos, os dous números que nos piden, necesitamos construír dúas ecuacións para igualar o número de incógnitas.

P2. Chamarémoslle *x* ao número de coellos e *y* ao número de galiñas. O número total de animais será 19, tantos como cabezas. Imos contar o número de patas: cada coello ten catro patas; un coello ten catro, dous teñen oito, tres teñen 12,... polo que en total, como teremos *x* coellos, teremos $4 \cdot x$ patas. Coas galiñas o razoamento é igual, pero en vez de multiplicarmos por catro terémolo que facer por dous ($2 \cdot y$) patas. Quédanos calcular cantas patas hai entre coellos e galiñas, para o que teremos que sumalas todas.

$4x + 2y$ son as patas totais, que o problema nos di que son 60.

P3. O número de animais era $x + y = 19$. O número de patas era $4x + 2y = 60$.

A formulación do sistema queda: $\begin{cases} x + y = 19 \\ 4x + 2y = 60 \end{cases}$

Como xa están as incógnitas nun membro e os números no outro podemos comezar a resolvelo decidindo o método máis axeitado neste caso. Calquera sistema se pode facer por cada un dos métodos explicados.

P4. Imos utilizar o método de substitución, para ir repasándoos todos.

$$\begin{cases} x + y = 19 \\ 4x + 2y = 60 \end{cases}$$

Simplificamos a segunda ecuación dividindo entre dous nos dous membros.

$$\begin{cases} x + y = 19 \\ 2x + y = 30 \end{cases}$$

S1. Como podemos elixir, despexaremos a incógnita máis doada das dúas ecuacións. Neste caso, é máis doado traballar co *y* na segunda ecuación, polo que despexaremos o *y* na primeira.

$$y = 19 - x$$

S2. Deseguido substituímos esa incógnita na outra ecuación e resolvemos do xeito habitual.

$$2x + \ 19 - x = 30$$

E3.

$$x = 30 - 19$$

E4.

$x = 11$ coellos

S3. Calculamos agora a outra incógnita.

$$y = 19 - 11$$

$y = 8$ galiñas

S4. Comprobamos se a solución é correcta substituíndo os dous valores no sistema orixinal.

$$\begin{cases} 11 + 8 = 19 \\ 4 \cdot 11 + 8 \cdot 2 = 44 + 16 = 60 \end{cases}$$

Lea o enunciado para ver se a solución dada é o que realmente pide o problema, e estude se é coherente.

P5. O enunciado pídenos o numero de animais de cada clase, e o resultado que nós damos é conforme a iso. Non sería axeitada unha solución negativa nin con decimais, pois non hai un número negativo de animais nin con decimais (non existen 4’30 coellos, por exemplo).

Exercicio 2.4 (a distancia)

Dos quince amigos que celebran un aniversario, hai tres rapaces menos que rapazas. Cantos rapaces e cantas rapazas son?

Autoavaliación

P1. Busque palabras que descoñeza. Cando entenda todo o enunciado, pode seguir.

Este exercicio é doado de facer pensando nunha soa incógnita, pero para practicar sistemas farémolo pensando en dúas (a formulación cunha soa incógnita pódea facer vostede como exercicio de repaso de ecuacións de primeiro grao cunha incógnita).

Como temos dous datos descoñecidos, o número de rapaces e o número de rapazas, necesitamos construír dúas ecuacións para igualar o número de incógnitas.

P2. Chamarémoslle *x* ao número de rapaces e *y* ao número de rapazas. O número total de persoas é 15. A primeira ecuación será $x + y = 15$. A outra ecuación ha ser $x = y - 3$, pois o número de rapaces é tres menos que rapazas (se o enunciado fose “tres veces” menos, entón sería $x = \frac{y}{3}$; por tanto, é moi importante a palabra “veces”).

P3. Unha ecuación é $x + y = 15$ e a outra ecuación é $x = y - 3$, que é o mesmo que $x - y = -3$.

A formulación do sistema queda: $\begin{cases} x + y = 15 \\ x - y = -3 \end{cases}$

Como xa están as incógnitas nun membro e os números no outro podemos comezar a resolvelo decidindo o método máis axeitado neste caso. Calquera sistema se pode facer por cada un dos métodos explicados.

P4. Imos utilizar o método de redución.

$$\begin{cases} x + y = 15 \\ x - y = -3 \end{cases}$$

R1. Os coeficientes do *y* xa están igualados e cambiados de signo.
R2. Sumamos as dúas ecuacións para obtermos unha ecuación cunha incógnita e resolvémola do xeito habitual.

$$2x = 12$$

$$x = \frac{12}{2}$$

R3. Substituímos este valor nunha das ecuacións.

$$x = 6$$

$$6 + y = 15$$

E4. Despexamos a outra incógnita.

$$y = 15 - 6 = 9$$

R4. Comprobamos se a solución é correcta substituíndo os dous valores no sistema orixinal.

$$\begin{cases} 6 + 9 = 15 \\ 6 - 9 = -3 \end{cases}$$

Lea o enunciado para ver se a solución dada é o que realmente pide o problema, e estude se é coherente.

P5. O enunciado pídenos o numero de rapaces e rapazas, e o resultado que nós damos é o adecuado (non sería axeitada unha solución negativa nin con decimais, pois non hai un número negativo nin con decimais de rapaces).

Exercicio 2.5 (a distancia)

Unha rapaza foi mercar froita; levou tres quilos de plátanos e 4 de mazás e pagou 8’40 euros. O seu curmán mercou dous quilos de plátanos e cinco de mazás, no mesmo establecemento, e pagou 7’70 euros. Canto custa cada quilo de froita?

Autoavaliación

P1. Busque palabras que descoñeza. Cando entenda todo o enunciado, pode seguir.

Como temos dous datos descoñecidos (o que custa cada quilo de plátanos e cada quilo de mazás) necesitamos construír dúas ecuacións para igualar o número de incógnitas.

P2. Chamarémoslle *x* ao que custa cada quilo de plátanos e *y* ao que custa cada quilo de mazás. O custo total da primeira compra é de 8’40 euros, que se pagaron por mercar tres quilos de plátanos e catro quilos de mazás: polos plátanos pagamos $3 \cdot x$ (o que custa un quilo polo número de quilos) e o que pagamos polas mazás será $4 \cdot y$ (o que custa un quilo polo número de quilos de mazás). En total, a rapaza pagou $3x + 4y$ = 8’40 EUR.

Na segunda compra, dous quilos de plátanos custan $2 \cdot x$ e os cinco quilos de mazás custan $5 \cdot y$. En total, o curmán pagou $2x + 5y$ = 7’70 EUR, xa que nolo di o enunciado.

P3. As dúas ecuacións son $3x + 4y = 8'4$ e $2x + 5y = 7'7$.

A formulación do sistema queda: $\begin{cases} 3x + 4y = 8'4 \\ 2x + 5y = 7'7 \end{cases}$

Como xa están as incógnitas nun membro e os números no outro podemos comezar a resolvelo decidindo o método máis axeitado neste caso. Calquera sistema se pode facer por cada un dos métodos explicados.

P4. Imos utilizar o método de substitución para o que despexaremos unha incógnita dunha das ecuacións e substituirémola na outra ecuación.

$$\begin{cases} 3x + 4y = 8'4 \\ 2x + 5y = 7'7 \end{cases}$$

S1. Como podemos elixir, despexaremos a incógnita máis doada das dúas ecuacións. Neste caso, o grao de dificultade é similar, polo que nos dá o mesmo unha ca outra. Despexamos *x* na segunda ecuación

$$x = \frac{7'7 - 5y}{2}$$

S2. Deseguido substituímos esa incógnita na outra ecuación e resolvemos do xeito habitual.

$$3 \cdot \left(\frac{7'7 - 5y}{2} \right) + 4y = 8'4$$

E1. Multiplicamos por dous nos dous membros para eliminar os denominadores.

$$2 \cdot 3 \cdot \left(\frac{7'7 - 5y}{2} \right) + 2 \cdot 4y = 2 \cdot 8'4$$

E2.

$$3 \cdot (7'7 - 5y) + 8y = 16'8$$

E2. Eliminamos parénteses

$$23'1 - 15y + 8y = 16'8$$

E3.

$$23'1 - 7y = 16'8$$

E4. Deixamos as incógnitas para un membro e os números pasámolos ao outro.

$$23'1 - 7y - 23'1 = 16'8 - 23'1$$

$$-7y = -6'3$$

E5.

$$y = \frac{-6'3}{-7} = 0'9$$ EUR cada quilo de mazás

S3. Calculamos agora a outra incógnita.

$$x = \frac{7'7 - 5 \cdot 0'9}{2} = \frac{7'7 - 4'5}{2}$$

$$x == \frac{3'2}{2} = 1,6$$ EUR cada quilo de plátanos

S4. Comprobamos se a solución é correcta substituíndo os dous valores no sistema orixinal.

$$\begin{cases} 3 \cdot 1'6 + 4 \cdot 09 = 4'8 + 3'6 = 8'4 \\ 2 \cdot 1'6 + 5 \cdot 0'9 = 3,2 + 4'5 = 7'7 \end{cases}$$

Lea o enunciado para ver se a solución dada é o que realmente pide o problema, e estude se é coherente.

P5. A solución é correcta e tamén coherente, porque é posible que cada quilo de froita custe 1’60 euros e 0’90 euros, respectivamente.